



TITLE:

ヘリオトロンEプラズマにおける高
速イオンの閉じ込めに関する研究(
Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

花谷, 清

CITATION:

花谷, 清. ヘリオトロンEプラズマにおける高速イオンの閉じ込めに関
する研究. 京都大学, 1988, 工学博士

ISSUE DATE:

1988-09-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r6651>

RIGHT:

ヘリオトロンEプラズマにおける
高速イオンの閉じ込めに関する研究

1988

花 谷 清

ヘリオトロンEプラズマにおける
高速イオンの閉じ込めに関する研究

1988

花谷 清

内容梗概

本論文は、非軸対称トーラス装置 Heliotron E で、中性粒子ビーム入射 (NBI) 加熱を行ったときに生じる高速イオンの閉じ込めに関する研究をまとめたものである。本研究の目的は、高エネルギー粒子、特に非軸対称系で重要なヘリカル捕捉粒子のふるまいと磁場構造の関係を明らかにすることにある。NBI に着目した理由は、それがプラズマ加熱に中心的な位置を占めていることと、ビーム・イオンが荷電粒子のドリフト軌道の研究に適していることによる。本論文の内容は、三つの段階——①数値モデルの開発、②数値モデルによる予測、そして③理論予測の実験による検証——から成り立っている。最初に、高速イオンの生成から熱化にいたる物理過程をモデル化した3次元モンテ・カルロコード (HELIOS) を開発する。次の段階で、開発した数値モデルを使ってNBI加熱のシミュレーションを行う。ここで磁場に垂直に近い入射ビームの加熱特性を、異質な磁場構造をもつW7-A Stellaratorの場合と対比しつつ、ヘリカル捕捉粒子のHeliotron E 磁場における閉じ込めの特徴を明らかにする。最後の段階では、理論的予測と実験データとの対応を調べる。

第1章では、核融合研究における非軸対称トーラス磁場の利点と問題点を概観し、対称性の破れた磁場中の高エネルギー粒子の閉じ込めに関して、なぜ本研究の主題が重要になるかについて述べ、本研究の動機と意義、そして考察方法と範囲を説明する。

第2章では、ビオ・サバール則による柔軟性の高い磁場計算コードと荷電粒子のドリフト軌道計算を開発する。あわせて、Heliotron E 配位の磁場構造の特徴と単一荷電粒子軌道の性質についてまとめる。

第3章では、新しい3次元内挿スキームを提案し、荷電粒子のドリフト軌道計算を高速化する。計算の高速化は、非対称な3次元場をより扱いやすい(1)隣接した主要な対称部(比較的短波長の2次元場)と(2)対称性を破る摂動部(比較的長波長の3次元場)へ分解するアルゴリズムによって達成する。

第4章では、現実的な3次元配位を扱うことが可能な、入射ビームのモンテ・カルロモデルを開発する。ここで、非軸対称プラズマへ入射された中性ビーム粒子の電離点を乱数をもちいて決め、NBIの吸収効率や高速イオンの生成分布を求める。

第 5 章では、高速イオンの速度空間における緩和過程を調べる。ここで本研究でもちいたモンテカルロ衝突モデルについて述べ、速度空間で高速イオンの減速過程のシミュレーションを行い、Heliotron E で理想的な加熱の起こる条件について論じる。

第 6 章では、磁場に垂直な NBI の可能性を理論的に予測する。まずプラズマ中の電場が無視できる場合、Heliotron E では W7-A と大きく異なり、垂直入射によってさえ有効な加熱が期待できることが明らかになる。この差異は、二つの磁場配位の速度空間損失領域（ロス・コーン）の構造の差を反映していることを示す。つぎに径電場が存在する場合には、 $E \times B$ ドリフト共鳴が起こる条件の下で、ロス・コーンは、かたかが変形したり新たに形成されたりする計算結果を示し、これが垂直入射の加熱効率に及ぼす影響について考察する。ここで W7-A 実験で現象論的に知られてきていた径電場による高速イオンの軌道損失の顕著な低減効果を、 $E \times B$ ドリフト共鳴の考えを使って解明し、そのメカニズムの特殊性を明らかにする。また Heliotron E で、 $E \times B$ ドリフト共鳴によって誘発される共鳴スーパーバナナ損失の生じる条件を論じる。

第 7 章では、6 章の理論的予測を検証するために、Heliotron E 装置において中性粒子分析器で測られた垂直入射ビームの荷電交換スペクトルを解釈する。垂直入射ビームイオンが、予測したとおり速度空間ロス・コーンに失われることなくトーラスを周回していることを示唆する荷電交換フラックスが、高エネルギー領域で観測された。ここで観測されたフラックスの時間変化と空間分布は、ドリフト軌道理論とクーロン衝突による緩和過程の古典的な描像と調和していることを明らかにする。つぎに低エネルギー領域では、荷電交換フラックスに現れた「上下方向の歪み」とエネルギー・スペクトルに現れた「くぼみ」は、共鳴スーパーバナナ損失と対応があることを議論する。

最終章、第 8 章では、本研究の三つの段階（数値モデルの開発、理論的予測、実験との対応）における主要な成果と論点を、それぞれ要約したのち、最後に結論を述べる。

目 次

内 容 梗 概

第 1 章	序 論	1
§ 1. 1	トーラス プラズマをもちいた核融合研究	1
§ 1. 2	非軸対称トーラス磁場の利点と問題点	3
§ 1. 3	NBI 加熱とヘリカル捕捉粒子	6
§ 1. 4	本研究の目的と意義	10
文 献		14
第 2 章	ヘリオトロロン磁場と荷電粒子軌道	16
§ 2. 1	ヘリカル ヘリオトロロン磁場	16
a.	コイル系と磁場の無次元パラメーター	16
b.	ビオ サバール則による磁場の計算法	19
c.	磁気面と磁場構造の特徴	26
§ 2. 2	非軸対称トーラスにおける荷電粒子軌道	31
a.	荷電粒子軌道の階層性と断熱不変量	31
b.	案内中心 (ドリフト) 方程式	33
c.	ヘリオトロロン磁場中のドリフト軌道	34
文 献		36
第 3 章	非対称場の三次元内挿スキーム	38
§ 3. 1	対称性の破れた磁場中の粒子軌道の計算法	38
§ 3. 2	新しい三次元内挿法	41
a.	field-splitting scheme の原理	41
b.	field-splitting scheme の利点	44
c.	数値アルゴリズム	45

§ 3 3	ドリフト方程式への応用	48
a	場の量の対称・非対称分解	48
b	ドリフト最適化	51
§ 3 4	効率 精度・適用限界および一般性	56
§ 3 5	第3章のまとめ	58
文 献	59
第4章	高速イオンの生成過程	60
§ 4 1	高速中性粒子入射	60
a.	イオン源とビーム ライン	60
b	ビーム・パワー損失機構の種類	61
c.	モンテ・カルロ モデルの利点	61
d	吸収効率とデポジション分布	63
§ 4 2	入射ビームの幾何光学	67
a.	中性ビーム粒子の軌道	67
b	入射角とピボット点	69
c	テスト中性粒子の発生	72
§ 4 3	高速イオン生成分布の計算	75
a	テスト粒子の飛行距離の決定	75
b	区分的に一樣なゾーンに分割する方法	77
c	擬衝突 (pseudo collision) 法	78
d	デポジション分布のスコアリング	79
文 献	83
第5章	高速イオンの熱化過程	85
§ 5 1	クーロン相互作用	85
a	フォッカー プランク (Fokker-Planck) 方程式	85
b	マックスウェル分布に対する動摩擦と拡散係数	86
c	モンテ カルロ衝突モデル	89

§ 5.2	ビームイオン緩和の特徴時間	91
a.	いろいろな緩和時間	91
b.	ビームイオンの減速時間	92
c.	イオン加熱割合	94
d.	荷電交換時間	96
§ 5.3	有効な加熱が起こるための条件	99
文 献		101
第 6 章	高速イオンの軌道損失	102
§ 6.1	電場が無視できる場合の軌道損失	103
a.	ドリフト軌道を考慮したモンテ・カルロ計算	103
b.	NBI 加熱効率の入射角依存性	104
c.	高速イオンの速度空間ロス コーン	110
d.	深く ε_h に捕捉された高速イオンの閉じ込め	112
§ 6.2	電場が存在する場合の軌道損失	119
a.	径電場の高速イオン閉じ込めに果たす役割	119
b.	$E \times B$ ドリフト共鳴による高速イオンの軌道損失	122
c.	WVII-A における加熱効率の径電場依存性	124
d.	径電場による速度空間ロス コーンの変形	129
§ 6.3	第 6 章のまとめ	134
文 献		136
第 7 章	高速イオンの閉じ込め実験	138
	—— 理論と実験の対応 ——	
§ 7.1	入射装置と分析器の幾何学的配置	139
a.	中性粒子分析器 (NPA)	139
b.	中性粒子ビーム入射装置	144
§ 7.2	高速イオン閉じ込め実験	145
a.	実験の時間シーケンス	145
b.	プラズマ パラメータ	145

c.	中性粒子フラックスの時間発展： $\Psi_{cx}(t)$	147
d.	トランジット・バナナ軌道の観測	149
e.	中性粒子フラックスの上下非対称性	154
f.	共鳴スーパー・バナナ損失	159
§ 7. 3	軌道追跡モンテ・カルロ計算	162
a.	中性粒子フラックスの分布： $\Psi_{cx}(\theta_{NPA})$	162
b.	シミュレーションの手続き	162
c.	計算結果と実験データの比較	165
§ 7. 4	第7章のまとめ	169
文 献		171
第8章	要約と結論	173
付録 1.	ビームの吸収に関与する原子過程	180
a.	衝突過程の種類	180
b.	電離過程の断面積	181
c.	電離過程に及ぼす不純物の効果	182
付録 2	モデル磁場	183
付録 3.	NBIとNPAの軸にそった $v_{ }/v$ の値	184
謝 辞		186
本研究に関する発表、論文		187

第 1 章 序 論

§ 1 1 トーラス プラズマを用いた核融合研究

制御核融合は、究極のエネルギー資源の確保をめざした目的研究である。過去30年間、さまざまなアイデアにもとづいた研究が、世界的な規模で競われてきた[1]。現時点で研究がもっとも進展しているのは、トカマク (tokamak) と呼ばれる方式である。1980年代の後半には、JET (EC), TFTR (米国), JT60 (日本) などのトカマク装置をもちいて核融合の科学的実証が達成されることが予期されている。

制御核融合を実現するための、基本的な二つの課題は、プラズマの〈閉じ込め〉と〈加熱〉である。すなわち、重水素や三重水素イオンからなる燃料プラズマを、イオンの熱運動エネルギーがイオン間の静電反発力を超えるような高い温度にまで〈加熱〉し、熱核融合反応によって正味のエネルギーを取り出せる条件が満たされるほど長い時間、一定の空間に〈閉じ込め〉ねばならない。

高温プラズマを、真空容器から隔離して閉じ込める有効な方法に、トーラス (torus; 円環) 磁場をもちいる方式がある。トーラス磁場は、ミラー磁場のような端の開いた系と区別する意味で、閉じた系ともいう。トーラス磁場において、荷電粒子が閉じ込められ、プラズマが巨視的に平衡を保てるためには、磁力線はらせん状にねじれていなければならない[2]。磁力線がねじれる割合——トロイダル方向への回転に対してポロイダル方向に——の平均値は、回転変換 (rotational transform) とよばれ、プラズマの閉じ込め性能をきめる重要な指標である。トーラス磁場をさらに分類すると、トカマクのような軸対称系とステラレーター (stellarator) [2] やヘリオトロン (heliotron) 型 [3, 4] のような非軸対称系とに分けられる。トカマク方式では、プラズマの内部に流れるトロイダル電流によって回転変換をつくり、ステラレーター／ヘリオトロン方式では、プラズマの外部に巻いたコイルに流れる電流によって回転変換をつくる。以下において、〈閉じ込め〉配位としての非軸対称トーラス磁場の特徴と、トーラス プラズマの代表的な〈加熱〉法である中性粒子入射を非軸対称配位に適用したときに生じる問題点についてのべ、本研究の背景を明らかにする。

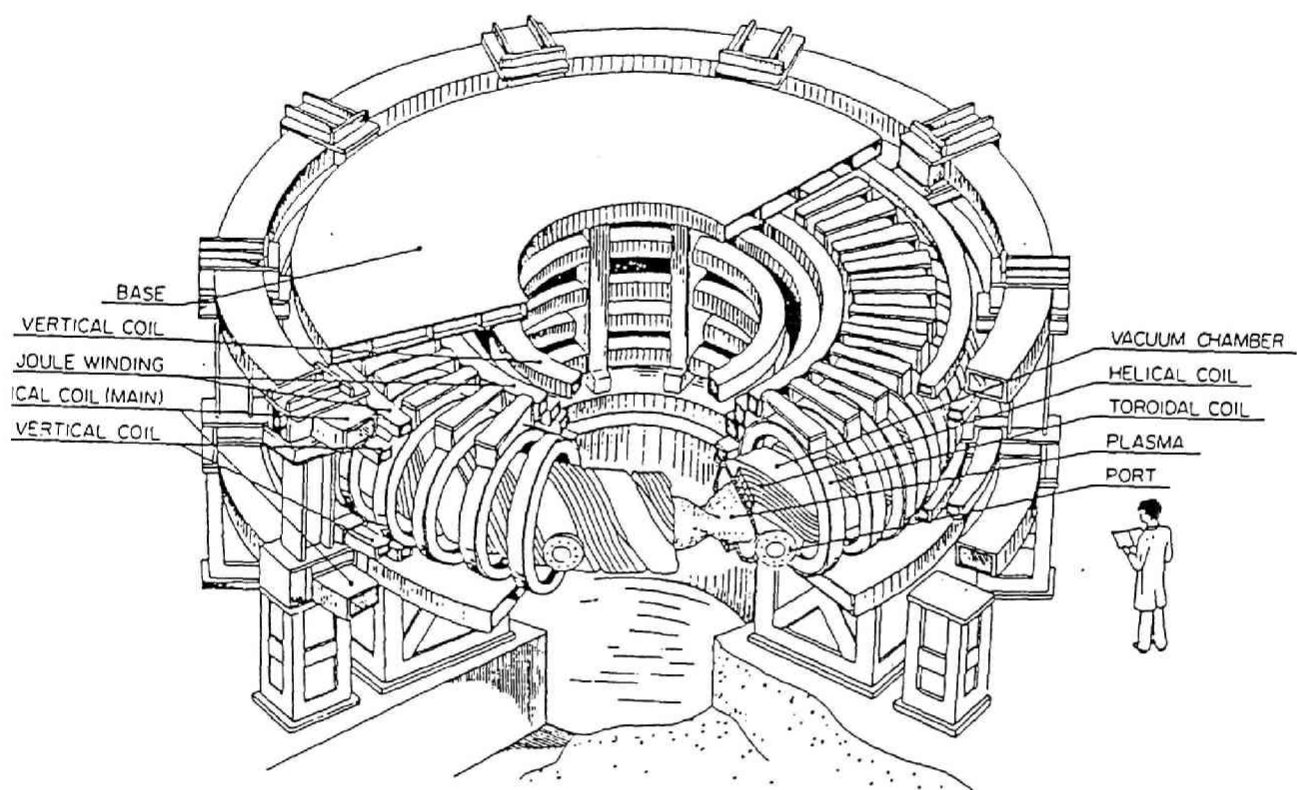


図1 1 Heliotron E装置の模式図

§ 1 2 非軸対称トーラス磁場の利点と問題点

本研究の対象であるヘリオトロンやステラレーターのような非軸対称ヘリカル系には、回転変換をとまなうトーラス磁場にプラズマを閉じ込めるという点で、軸対称性をもつトカマク磁場と多くの類似点がある。しかし未来の実用的な核融合炉を考えると、ヘリカル系には、トカマクに無い幾つかの原理的利点がある[5-7]。とりわけ、①定常運転が可能なこと、②トロイダル電流をプラズマ内に流さなくてもよいこと——の二つは本質的であろう。(平均として正味の電流がトロイダル方向に流れていないようなプラズマを、「無電流プラズマ」とよぶ。)トカマクと比べて、非軸対称ヘリカル系の利点は、次のようにまとめられる。

- ・ 内部トロイダル電流が不要
電流デスラプションが無い
原理的に定常運転が可能
- ・ 磁気リミターやダイバータ配位が可能

ヘリカル系のこれらの特色は、その磁場の作り方と密接に関連している。すなわち、トロイダル磁場 B_t だけでなくポロイダル磁場 B_p もプラズマの外部に巻いた導体によって発生させることの帰結として、上にあげた基本的利点がえられるのである。図11にHeliotron E装置の模式図を示す。

一方、 B_t と B_p を同時に発生できる外部導体の形状は、トーラス幾何学では、いかなる厳密な対称性も持たない。対称性のない(完全に三次元的な)配位では、無視できる座標(ignorable coordinate)がない。したがって、閉じ込められたプラズマの記述もまた本質的に三次元にならざるを得ない。軸対称トカマクと比べたとき、非軸対称ヘリカル系には、次のような問題点がある。

- ・ 厳密な対称性がない
- ・ 理論解析が軸対称配位に比べて難しい
- ・ 磁気面からの〈ずれ〉の大きい粒子群が存在する

トロイダル ステラレーターのよう無視できる座標のない三次元磁場では、荷電粒

子が完全に閉じ込められるかどうか自明ではない。むしろ対称性が破れているから、荷電粒子の損失は、軸対称磁場に比べて増すことが予想される。トロイダル・ヘリカル磁場中には、いろいろな性質をもった粒子軌道が存在する。まず、本質的には軸対称的な性質をもつ〈通過粒子〉(passing particles)と〈トロイダル捕捉粒子〉(toroidally trapped particles)が存在する。トロイダル捕捉粒子は、その軌道の形が連想させることから、トカマクで「バナナ軌道」と呼ばれている粒子に対応している。通過粒子やトロイダル捕捉粒子の磁気面からの〈ずれ〉は、回転変換 ψ に反比例することを示すことができる。すなわち、このような粒子は、トカマクと同様にポロイダル磁場によって閉じ込められる。ところが軸対称性の破れたヘリカル磁場中には、〈ヘリカル捕捉粒子〉(helically trapped particles)と呼ばれるもう一つのクラスの粒子群が存在する〔8〕。(注；ヘリカル捕捉粒子は、“localized 粒子”と呼ばれることもある。)ヘリカル捕捉粒子は、一般に通過粒子に比べて磁気面からの〈ずれ〉が大きい。磁力線方向の速度が小さく、ヘリカル巻線がつくる不均一な磁場(リップル)に捕捉され、磁力線にそって自由に運動できないヘリカル捕捉粒子について、回転変換は閉じ込めに効かなくなるからである。

実際、古典的なステラレーターについて行われた初期の数値計算では、ヘリカル捕捉粒子のうちのあるものは、〈スーパー・バナナ〉(super banana)とよばれる極めて閉じ込めにくい軌道を描くことが示された〔8〕。また、スーパー・バナナ軌道が存在すると、経済的な核融合炉を実現するのが難しくなることも指摘された〔9〕。しかし非軸対称配位は、軸対称配位に比べて多くの自由パラメーターをもち、磁場構造が変化に富んでいるから、どのような配位のどのような条件の下でヘリカル捕捉粒子の閉じ込めが悪くなるのか、また磁場配位を工夫して閉じ込めを改善できないか、さらに詳しく調べる必要がある。

スーパー バナナの問題が指摘されたのと同じ頃、軸対称性をもったソ連のトカマク T-3 の実験が良好なプラズマの閉じ込めを示すことが報告されたのとあいまって、1970年前後から、核融合研究の中心はトカマク装置へ大きく傾斜していった。たとえば象徴的な出来事として、プリンストン大学のモデル C Stellarator は、その頃トカマクに改造され、ST と名づけられた。そのトカマクの名——ST は、“symmetric torus” の頭文字に因んでいる。非軸対称系のプラズマ閉じ込め実験については、その後70年代から80年代にかけて、西独 英国 ソ連そして日本において、基礎的な研究が継続され

ていくことになった。そして非軸対称ヘリカル系が再評価される契機をえるには、電子サイクロトロン加熱（ECH）[10]や中性粒子入射（NBI）加熱など、無電流プラズマの加熱法を適用した80年代前半のWVII-A StellaratorとHeliotron E実験の成果を待たなくてはならなかった。

§ 1.3 NBI加熱とヘリカル捕捉粒子

〈閉じ込め〉と並んで基本的な課題は、プラズマの〈加熱〉である。この節では、プラズマ加熱の、非軸対称系に固有な特徴や問題について述べる。トロイダル・プラズマの簡単な加熱法として、誘導起電力を印加してプラズマ中に電流を流す方法——ジュール加熱——がある。トカマクでは、ジュール電流は、加熱に役立つと同時に、プラズマの閉じ込めと平衡を保つために必要なポロイダル磁場をつくる役目もはたしている。しかし、よく知られているように、ジュール電流だけでは核融合反応がおこる温度にまでプラズマを加熱していけない。プラズマの電気抵抗は、クーロン衝突の性質によって、電子温度が上昇すると急に減少するからである。このためトカマクでは、1970年代に入った頃からジュール加熱を補う“追加加熱”として、高速中性粒子入射・RF加熱・断熱圧縮などの研究に力が注がれてきた[11]。

一方、非軸対称ヘリカル系では、これらの非ジュール加熱は、トカマクにおける以上に重要性が高いといえる。ヘリカル系では、外部コイルがプラズマの閉じ込めと平衡を保障するために必要なポロイダル磁場をつくるので、ジュール電流は無くてもよい。その上、「ジュール電流が大きくなるに伴いエネルギー閉じ込め時間 τ_E が短くなる」ような経験的スケーリング則が今までに行われた多くの実験で確かめられてきた。(これは、“ドリフト スケーリング”とよばれ、電流によって駆動される微視的な不安定性によるものと考えられている。)このような背景から、ヘリカル系で閉じ込め時間 τ_E の長い高温プラズマをえるためには、ジュール電流によらない加熱法が有望であると考えられてきた。

トカマク プラズマのいろいろな追加加熱法のなかでも、高速中性粒子入射(NBI)は、現在もっとも有効性が確かめられている方法の一つである。NBI加熱は、直接イオンを加熱できる長所がある。またプラズマ パラメーターを新しい領域に持ち込み、多くの記録データを更新してきた実績を持っている。例えば、PLTトカマクでは、NBI加熱によって7keVのイオン温度を達成した。このようにトカマクで有効性が確立され、技術的にも成熟してきたNBIを、無電流プラズマの加熱法としてヘリカル系で試みられるようになったのは、当然の成り行きであった。

NBI加熱は、簡単で直接的な原理にもとづいている[12]。すなわち、プラズマ温度より十分高いエネルギーに加速したビーム粒子を、閉じ込め磁場の外部からプラズマに注入し、ビーム粒子の担っている大きな運動エネルギーを、クーロン相互作用によっ

て背景プラズマのイオンと電子に熱エネルギーのかたちに散逸させることにもとづいている。この点においてNBI加熱は、波と粒子の相互作用をもちいる波動加熱と区別できる。閉じ込め磁場に妨げられることなく、外部からプラズマ内へ注入できるためには、入射粒子を中性にすればよい。このため、加速したイオンビームを、一旦、中性のビームに変換して閉じ込め領域へ入射し、プラズマ粒子との衝突によって電離させ、高速イオンに再変換する方法が採られている。NBIによって標的プラズマを効率よく加熱するには、入射した高速イオンがプラズマの電子やイオンにエネルギーを伝達する（つまり自らはエネルギーを失い熱化する）特徴時間——減速時間と呼ばれる——と同じくらい長い時間、高速イオンをプラズマ中に閉じ込めておく必要がある。

ヘリオトロンやステラレーターのようないくつかの非軸対称配位へ高速中性粒子を入射するとき、入射角をどう選ぶかが、高速イオンの閉じ込めと関連して重要になる。入射角は高速イオンの初期ピッチ角（粒子が磁力線となす角）を決め、ピッチ角は高速イオンの軌道の種類（通過や捕捉）を決める。したがって入射角は、減速過程における高速イオンの速度空間損失領域（ロスコーン）への軌道損失(orbit loss)と密接に関連してくるからである。トーラスプラズマへの中性粒子ビームの入射方法には、磁場に接線方向の入射(tangential injection)と垂直方向の入射(perpendicular injection)との二つの選び方がある。接線入射は、さらにジュール電流と順方向の入射(co-injection)と逆方向の入射(counter-injection)とに分かれる。垂直入射は、トカマクではトロイダル捕捉粒子を生成し、非軸対称ヘリカル系ではヘリカル捕捉粒子を生成する。したがって、ステラレーターやヘリオトロンで垂直入射を行う場合には、ヘリカル捕捉粒子の閉じ込めが良くなければ、有効なプラズマ加熱が起こらないことになる。

ここで、今までに非軸対称系で行われたNBI実験の歴史について、高速イオンの閉じ込めの観点から、簡単にふり返っておこう。ヘリカル配位への中性粒子入射は、まずCLEO（英国カラム研究所）およびJIPPT-II Stellarator（名古屋大学）で、ジュールプラズマを標的とした初期的な実験が行われた。その後、WVII-A Stellarator（マックスプランク研究所）とHeliotron E（京都大学）において、より本格的な入射実験が無電流プラズマを標的として行われるようになった。CLEOとJIPPT-IIで行われたNBIは、ともに接線入射であった。この二つの装置では、“トカマク”としても実験が出来るように設計されていたので、ステラレーターおよびトカマクモードの加熱効率が比較された。JIPPT-IIでは、ステラレーターモードの加熱効率がトカマク

モードのそれにくらべて僅かに（20%）小さいという結果がえられた。この差は、減速過程において速度空間で偏向をうけた高速イオンがステラレータ磁場のリップルに捕捉されて生じる損失のためと推定されている[13]。CLEOでは、ジュール電流を減少させてゆき、無電流に近い条件で入射実験が試みられたが、良いプラズマは得られなかった。この理由は、接線入射によって通過粒子軌道上に生まれる高速イオンが、（注： $Q=3$ 配位では磁気軸の近傍で回転変換がゼロである）プラズマ内に閉じ込められなかったからだ、と解釈されている[14]。

ヘリカル系での最初の本格的なNB I実験は、WVII-A Stellaratorで行われた。1980年のことである。これは、ヘリカル系で試みられた最初の垂直入射でもあった。WVII-Aでは、トロイダル・コイルによって生じる空間的制約から、ごく垂直に近い入射（垂直から6°）が試みられた。そこで当初から高速イオンの軌道損失に関心がもたれた。というのは、WVII-A配位について行われたモンテ・カルロシミュレーションによると、中性粒子ビームの入射角が垂直に近い場合、高速イオンがヘリカルリップルに捕捉された軌道上に生まれるので、プラズマの有効な加熱が起こりにくいことが予測されていたからである。ところが、WVII-Aで行われた実験では、垂直に近い入射にもかかわらず、高速イオンの古典的減速過程の予想を上回るイオンの加熱効率がえられた。WVII-A実験で高速イオンの減速過程が古典的であるかどうかをめぐって多くの議論が展開されてきた。また実験データの解釈も、測定の充実と解析の深化にともない変遷してきた。初期には、観測された予想以上に高いイオン温度を説明するために、①「異常減速過程によるイオンの選択的加熱」、②「径方向の電場 E_r （radial electric field）による高速イオン閉じ込めの改善」の二つの作業仮説が導入された[15, 16]。より最近、重水素ビームを重水素プラズマへ打ち込んだときに発生する中性子の時間変化と減速理論との比較から、WVII-Aにおける高速イオンの減速過程は古典的であることが結論され、異常減速過程の仮説は退けられた[17]。その結果、実験で得られている高いイオン温度は、「バルクイオンの熱電導が、径電場 E_r によって、従来の新古典輸送理論のプラトー値より小さくなっていると解釈してはじめて矛盾なく理解できる」ことが主張されている[18]。径（方向）電場とは、磁気面 ψ を等ポテンシャル面 $\Phi=\Phi(\psi)$ として、 ψ を横切る方向に変化するポテンシャルがつくる電場のことである。WVII-A中の径電場 E_r は、高速イオンの軌道損失によって、バルクのイオン・電子間の両極性バランスで決まるよりもずっと大きい値になっていると考えられている。WVII-

Aプラズマに径電場 E_r が存在することは、不純物イオンが放出する光のドップラー・シフトからプラズマのポロイダル回転速度を測定することにより実験的にも確かめられた。

Heliotron EのNB I実験は、1981年に始まった。Heliotron E装置では、ヘリカル巻線と真空容器の幾何学的形状から生じる制約から、可能な入射角は垂直から 28° 以内に制限されている（接線入射はできない）。今までのところ、ECHによって生成された無電流プラズマへ中性粒子ビームを打ち込んで、低密度・高磁場の場合に約1.25 keVの中心イオン温度（中性粒子分析器）、高密度・低磁場の場合に約2%の平均 β 値が得られている。Heliotron EでえられたNB Iプラズマの全般的なふるまいについては、文献[19-23]報告されている。Heliotron Eで得られた実験結果は、W VII-A Stellaratorの結果とともに非軸対称ヘリカル系の研究にたいして大きなインパクトをあたえた。

ここで見てきたように、非軸対称ヘリカル系は、トーラス磁場の長所を生かしつつ、トカマクの問題点を補う可能性のある方式として、研究が進められている。W VII-AとHeliotron Eの成果をふまえて、最近ヘリカル系の閉じ込め研究は、新しい段階に入りつつある。例えばマックス・プランク研究所（西独ガルヒン）では、モジュラー・コイルを使った初の大型ステラレーター装置W VII-A S建設された。また、米国のオークリッジ国立研究所では、ヘリオトロン型の装置ATFが建設され1988年に入り実験も開始された。その他、小型ヘリカル装置の建設や大型ヘリカル装置の計画も相次いでなされた。

§ 1. 4 本研究の目的と意義

前節で見てきたように、高速中性粒子入射 (NBI) は、定常核融合炉として期待されている非軸対称トーラス・プラズマの加熱法として中心的な役割を担っている。また実験的にも、70年代末から80年代前半にかけて飛躍的な成果をあげてきた。しかしながら非軸対称プラズマでは、配位の非対称性に起因するヘリカル捕捉粒子の存在が、NBI加熱の効率を損なわせる原因となる可能性が指摘されてきた。ヘリカル・リップルに捕捉された高エネルギー粒子の閉じ込めは、ICRFで加速されて生じる高速イオン [24] や核融合反応によって生じる α 粒子の閉じ込めなどとも関連し、プラズマパラメーターの向上や装置の大型化にともない、核融合炉を指向したプラズマ閉じ込め実験において今後ますます重要さが増すと考えられる。非軸対称配位におけるヘリカル捕捉粒子のこのような重要性に動機づけられ、筆者は、「NBIによって生じるヘリカル捕捉イオンのHeliotron E装置における閉じ込め」を主題として選び、主としてモンテ・カルロ・シミュレーションの手法をもちいて、これを研究した。

荷電粒子の閉じ込めを研究するにあたって、特にエネルギーの大きな粒子に着目すること、そして高エネルギー粒子のなかでも特にNBIによって生じるビーム・イオンに着目することには、幾つかの積極的な理由がある。まずエネルギーの高い粒子に着目する理由として、高エネルギー粒子は“無衝突領域”にあるので、その損失は非拡散的 (単一荷電粒子的) になること、があげられる。クーロン衝突の性質からエネルギーの高い粒子ほど速度分布関数の非等方性が緩和しにくいからである。したがって、ここで明らかにしたい非軸対称配位における単一粒子軌道の性質——例えば直接軌道損失 (direct orbit loss) によるロスコーンの存在——が姿を現すとすると、バルク粒子よりも高エネルギー粒子に著しく現れるであろう。

次に、NBIに着目する理由としては、ビームイオンは磁力線に対するピッチ角がそろっており、しかも軌道の種類 (通過軌道やヘリカル捕捉軌道) を入射角を変えることにより外部から能動的に制御できるので、ドリフト軌道の研究に適していることがあげられる。さらに、起源が明確であることもビームイオンに着目する理由である。NBIが生成する高速イオンは、(例えば、ICRFのようにプラズマ中に励起した波動によって加速されて生じるものに比べて) 生成点、初期ピッチ角、入射エネルギーそして生成粒子数がよく分かっているので、不確定さの少ない数値モデルをつくるのが比較的容易である。したがって、理論と実験の比較が实际的な意味をもちうる。これらの

理由から、NB Iによって生じる高エネルギーイオンの閉じ込めに焦点をあてた研究が、非軸対称プラズマにおけるヘリカル捕捉粒子の閉じ込めに関する実証的な研究の出発点として、もっとも適していると考えた。

トラス容器内で考えなければならないNB I加熱の物理過程は、主に次の三つに分かれる[25]。

- ① 電離の原子過程： 入射ビームのプラズマによる捕獲
- ② クーロン相互作用： ビーム・イオンのプラズマ粒子との衝突による減速
- ③ 高速イオンの軌道： ビーム・イオンの減速過程における閉じ込め

加熱過程が上の三つの物理モデルだけで説明できるとき“古典的”であるという。逆に、どういう理由にせよ、古典的モデルだけでは説明できないとき、加熱過程は“異常”（あるいは非古典的）であるという。異常加熱の例としては、速度空間不安定性によって励起された波が、ビーム粒子の減速過程に働きかける可能性などがあげられる。

今までにトカマクで行われてきたNB I実験は、おおむね、上の三つの古典的な理論モデルの予測を肯定してきた。(i) 原理がよく理解できていることと、(ii) 実験結果が理論の予測とよく一致することとは、将来の大型装置のプラズマ・パラメータを想定し易いことを意味するので、トカマクでNB Iが確立された加熱法だと考えられている根拠である。これら三つの過程のうち、①電離の原子過程と②クーロン衝突は、トカマクでもヘリカル系でも共通である。ヘリカル系に固有な特徴は、③の高速イオンのドリフト軌道の性質に現れる。したがって、減速過程における高速イオンの閉じ込めを調べるのが、非軸対称ヘリカル系でのNB I加熱の基本的な研究課題になる。

Heliotron Eでは、WVII-A Stellaratorと同様に入射ポートのアクセスの制限から垂直に近い入射（垂直から 28° 以内）が試みられた。すでに述べたように、非軸対称装置では、垂直に近い入射によって生成されるヘリカル捕捉粒子の存在が、NB Iの加熱入力分布や加熱効率に影響をおよぼすことが予想された。このような背景から

垂直入射で、高いイオン温度がえられるか

垂直入射で、無電流プラズマを準定常に維持できるか

垂直入射は、無電流 高 β プラズマを作りだすのに有効か

などが、Heliotron Eにおける重要な実験テーマとして浮かび上がってきた。これらの問題は、加熱物理だけでなくプラズマの閉じ込め特性とも関わってくるので、最終的には実験的に決着をつけなければならない。本研究では、これらの実験テーマと深く関わり、かつこれらの課題が達成されるための前提となる次のような問い：

高速イオン（とくにヘリカル捕捉イオン）の閉じ込めは十分か

高速イオンの減速過程は、古典的であるか

- ・ ドリフト軌道の観点から、Heliotron EはWVII-Aとどのように違うか
- ・ Heliotron Eにおける径電場の役割は、WVII-Aと同じか

を取り上げる。このような問いに答えるためには、Heliotron EのNBI実験の結果が、トカマクにおいて検証されてきた先に述べた古典的な物理過程①、②および③に従っているかどうか確かめなければならない。そこで本研究では、まず、これらの問いを研究するツールとして、上述の三つの古典的過程（吸収・熱化・ドリフト軌道）にもとづき、三次元的な磁場構造を考慮したNBI加熱の数値モデルを開発する。つぎに、開発した数値モデルを用いて、NBI加熱のシミュレーションをWVII-A Stellaratorの場合と比較しながら行うことにより、Heliotron E配位におけるヘリカル捕捉イオンの閉じ込めについて理論的に予測する。そして最後に、ヘリカル捕捉粒子の閉じ込めを検証する実験を行い、古典的な理論モデルの予測と実験データを比較 照合することにする。

本論文の以下の各章は、つぎのように構成されている。

本研究では、かなりの部分を効率のよい数値モデルの開発に充てた。第2章で、本研究で開発した、一般化されたヘリカル巻線則によって生じるトロイダル ヘリカル磁場のビオ・サバールの式による計算コードと三次元磁場中で荷電粒子のドリフト軌道を追跡する計算コードについて説明する。この章ではまた、Heliotron E磁場の性質と荷電粒子軌道の基礎的な性質について述べる。第3章では、ヘリオトロンやステラレータールのような対称性の破れた配位で、場の量の計算に威力を発揮する新しい三次元内挿スキームを考案し、ドリフト軌道追跡コードを高速化した。第4章で、NBI加熱の第①の物理過程である〈高速イオンの生成〉の部分のモンテ カルロ モデルをつくる。現実

的なビーム ラインの条件と三次元的なプラズマのかたちを考慮して、テスト中性粒子を追跡し、乱数を使って電離点を決め、高速イオンの初期生成分布を計算する。モンテ

カルロ法は、3次元配位における中性粒子入射のような多次元空間における複合過程を扱うのに向いている。第5章では、NBIの第②の物理過程である〈高速イオンのクーロン衝突〉をモンテ・カルロ法をもちいてモデル化する。

第6章では、〈高速イオンの発生〉と〈高速イオンの熱化〉のモンテ・カルロ・モデルに、第③の物理過程である〈高速イオンのドリフト軌道〉の効果も含めてビーム イオンの減速過程のモンテ・カルロ シミュレーションを行う。この章の研究の目的は、ヘリカル配位における垂直NBIの可能性を調べることで、Heliotron E装置で最適な入射角を求めること、そして、Heliotron EとWVII-Aにおける加熱効率の入射角依存性と粒子の速度空間損失領域（ロス コーン）との関係を調べることにある。さらに径電場の存在がWVII-A StellaratorやHeliotron Eで高速イオンの閉じ込めにどのような影響を及ぼすかについても、この章で考察する。

第7章では、6章の理論的予測を検証するためにHeliotron Eで行った実験について述べる。この実験では、打ち込んだ高エネルギー・ビームイオンのドリフト軌道を調べるために中性粒子エネルギー分析器（NPA）を使った。ここで、捕捉粒子の情報をいって磁場に垂直方向に放出される中性粒子フラックスの時間発展と空間分布を高速イオンのドリフト軌道と減速過程にもとづいて解釈する。NPAに受かった中性粒子フラックスのデータとモンテ・カルロ コードで計算したフラックスとを比較することにより、Heliotron E磁場中でのヘリカル捕捉粒子の閉じ込めが、古典的な理論モデルの枠組みで理解できるかどうか調べる。また、径電場の影響に対する予測についても、理論との対応を調べる。

文 献

- [1] 25 Years of "Nuclear Fusion", Anniversary Issue,
Nucl. Fusion 25 (1985) 1011.
- [2] L.Spitzer, Jr.: Phys. Fluids 1 (1958) 253.
- [3] K.Uo: J. Phys. Soc. Jpn. 16 (1961) 1380.
- [4] C.Gourdon, D.Marty, E.K.Maschke, J.O.Dumont: Proc. 3rd Int. Conf. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Novosibirsk, 1968, (IAEA, Vienna, 1969) Vol.1, p.847.
- [5] "Stellarators: status and future directions", Joint US-Euratom report, IPP 2/254 (Max Planck Institut für Plasmaphysik, Garching, July 1981).
- [6] J.L.Johnson, G.Grieger, D.J.Lees, M.S.Rabinovich, J.L.Shohet and K.Uo: IEEE Trans. Plasma Sci. PS-9 (1981) 142.
- [7] K.Miyamoto: Nucl. Fusion 18 (1978) 2.
- [8] A.Gibson and J.B.Taylor: Phys. Fluids 10 (1967) 2653.
- [9] A.Gibson and D.W.Mason: Plasma Phys. 11 (1969) 121.
- [10] A.Iiyoshi, M.Sato, O.Motojima, T.Mutoh, S.Sudo, et al.: Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 745.
- [11] 高村秀一, 「プラズマ加熱基礎論」名古屋大学出版会, (1986年)
- [12] D.R.Sweetman, J.G.Cordey and T.S.Green: Phil. Trans. R. Soc. Lond. A300 (1981) 589.
- [13] O.Kaneko, Y.Oda, H.Okamura, T.Kunibe, T.Kuroda: JIPP T-II Group, "Preliminary experiment of Neutral Beam Injection Heating in JIPP T-II Stellarator", IPPJ-470 (June 1980).
- [14] D.W.Atkinson, J.E.Bradley, A.N.Dellis, P.C.Johnson, D.J.Lees, et al.: Proc. 8th Int. Conf. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Brussels, 1980, (IAEA, Vienna, 1981) Vol.1, p.153.
- [15] W VII-A Team and NI Team: ibid., Vol.1, p.185.

- [16] W VII-A Team and NI Group: Proc. 9th Int. Conf. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Baltimore, 1982, (IAEA, Vienna, 1983) Vol.2, p.241.
- [17] A.Weller, H.Maassberg: "Neutron Flux Measurements at the Wendelstein VII-A Stellarator", IPP 2/278 (October 1985).
- [18] W VII-A Team, NI Group, Pellet Injection Group: Proc. 10th Int. Conf. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, London, 1984, (IAEA, Vienna, 1985) Vol.2, p.371.
- [19] K.Uo, A.Iiyoshi, T.Obiki, O.Motojima, S.Morimoto, et al.: Nucl. Instrum. & Methods 207 (1983) 151.
- [20] K.Uo, A.Iiyoshi, T.Obiki, O.Motojima, S.Morimoto, et al.: Proc. 11th Europ. Conf. Controlled Fusion and Plasma Physics, Aachen, 1983, (EPS, Geneva, 1983) Vol.7D-Part I, p.185.
- [21] F.Sano, T.Obiki, K.Hanatani, H.Zushi, S.Sudo, et al.: ibid., Vol.7D-Part II, p.331.
- [22] F.Sano, T.Obiki, O.Motojima, A.Sasaki, K.Hanatani, et al.: Nucl. Fusion 24 (1984) 1103.
- [23] K.Uo: Nucl. Fusion 25 (1985) 1243.
- [24] T.Mutoh, H.Okada, O.Motojima, S.Morimoto, M.Sato, et al.: Nucl. Fusion 24 (1984) 1003.
- [25] R.J.Bickerton: "Review of the Physics of Neutral Beam Injection in tokamaks", Joint Varrenna-Grenoble Int. Symp. on Heating in Toroidal Plasmas, July, 1978.

第2章 ヘリオトロン磁場と荷電粒子軌道

プラズマ中の荷電粒子のふるまいは、プラズマ閉じ込め“容器”である磁場の構造に強く規定される。この章の前半では、ヘリオトロン磁場の計算法と磁気面の性質について説明する。この章の後半では、荷電粒子軌道を解析するためのドリフト方程式を導入し、非軸対称磁場中のドリフト軌道の性質について述べる。

ヘリオトロン磁場は、日本の核融合研究のごく初期（1958年）に京都大学においてK. Uoによって提唱されたプラズマ閉じ込め磁場であり〔1〕、磁気リミターの役割を主目的として考案された配位である。ヘリオトロン磁場を使った最初のトロイダル装置は1959年に作られ、Heliotron Aと名付けられた。その後、ヘリオトロン磁場をもつ装置（B, C, D, DM, DR, E）が建設され、実験による実証的な研究が積みかさねられてきた。磁気リミターの有効性は、Heliotron Bの実験において実証された〔2〕。最初に提案された配位は、幾つかの変形——ポロイダル・ヘリオトロン、ヘリカル・ヘリオトロンなど——を含んでいる。Heliotron Cまで、ポロイダル・ヘリオトロン磁場が用いられた。初期の提案に既に含まれていたヘリカル・ヘリオトロン磁場を使った装置は、Heliotron D（1975）が最初である。以降は、E装置にいたるまでヘリカル・ヘリオトロン磁場が用いられている。

§2 1 ヘリカル・ヘリオトロン磁場

a コイル系と磁場の無次元パラメーター

まずヘリカル・ヘリオトロン磁場の表現に必要な無次元量〔3〕を導入しよう。ヘリカル・ヘリオトロン磁場は、三種類の外部コイル系によって発生される非軸対称磁場である。すなわち、①おなじ方向に電流の流れる、一組のヘリカル巻線（HFコイル）、②トロイダル（TF）コイル、③垂直磁場（VF）コイルから成り立っている。垂直磁場コイルは、ヘリカル巻線がつくる垂直磁場を打ち消すために必要である。最初に直線ヘリオトロン〔4〕の基本パラメーターについて述べ、つぎにトロイダル・ヘリオトロンについて述べる。

(1) 直線ヘリオトロンの無次元パラメーター

図2. 1に $\varrho=2$ 直線ヘリオトロンのヘリカル巻線の模式図を示した。直線の(ヘリカル対称な)ヘリオトロン配位は、二つの無次元量、 γ と α^* 、で特徴づけられる。

$$\gamma = \frac{2\pi a_c}{L}, \quad \alpha^* = \frac{B_{TF}(0)}{B_{HF}(0)}$$

L : ヘリカル コイルのピッチ長

a_c : ヘリカル コイルの小半径

$B_{HF}(0)$: ヘリカル コイルが軸上につくる磁場

$B_{TF}(0)$: トロイダル コイルが軸上につくる磁場

無次元量 γ は、ヘリカル コイルの基本的なかたちを決めるパラメーターである。 γ の値を適切($\gamma=1.1-1.5$)に選んでおくと、ポロイダルおよびトロイダル磁場成分をHFコイルだけでバランスよく発生でき、TFコイルを使わなくても($\alpha^* = 0$)大きな有効体積をもつ閉じた磁気面がえられる。 α^* は、トロイダル磁場強度の目安である。これは、TFコイルを必要とするステラレーター配位との大きな違いである。

(2) トロイダル ヘリオトロンの無次元パラメーター

直線ヘリオトロンを曲げてトーラスにすると、さらに次の二つの無次元パラメーター(A_c と β^*)が、磁場配位を決めるのに必要になる。

$$A_c = \frac{R_0}{a_c}, \quad \beta^* = \frac{B_{VF}(0)}{B_{HF}(0)}$$

R_0 : ヘリカル コイルの大半径

$B_{VF}(0)$: 垂直 コイルが軸上につくる磁場

ここで A_c は、コイルのアスペクト比と呼ばれる。 β^* は、一組の垂直コイルがつくる磁場の強さの目安である。垂直コイルは、ヘリカル巻線がつくる垂直磁場を打ち消すのに必要なほか、磁気軸を水平方向にシフトさせるのに用いられる。

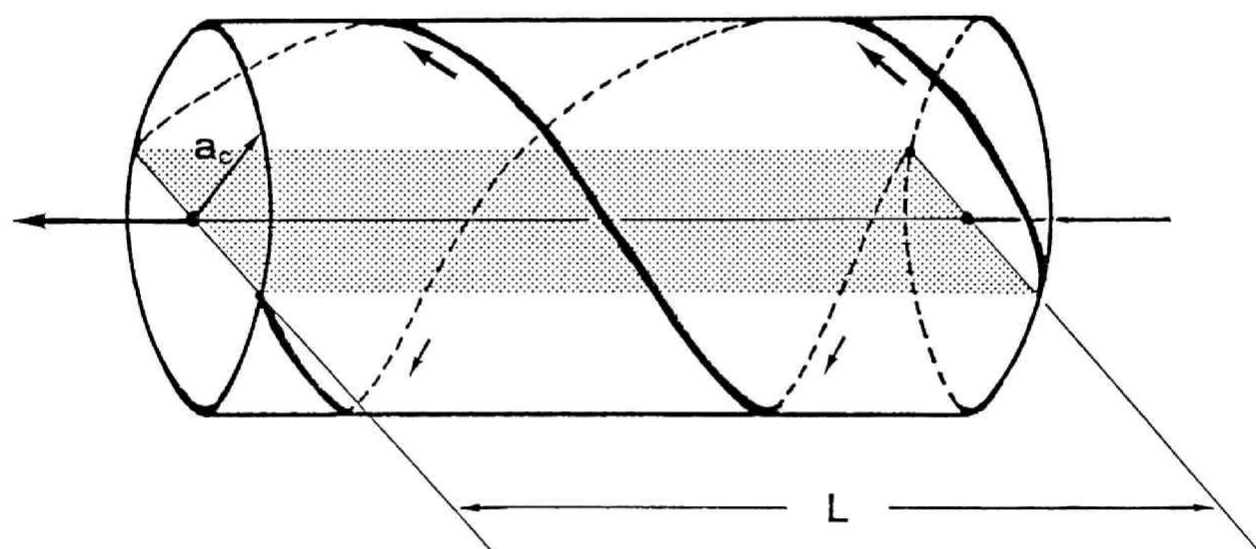


図2. 1 直線ヘリオトロンのヘリカル巻線の模式図。同じ方向に流れる一対 ($\varrho = 2$) のらせん電流によって閉じ込め磁場を発生させる。

トロイダル配位で、ヘリカル巻線の形状（巻線則：winding law）を定義するのに最も便利な座標系は、擬トロイダル座標系（ r, θ, ϕ ）である。座標（ r, θ, ϕ ）は、デカルト座標（ x, y, z ）と次の変換式で結ばれている（図2-2参照）。

$$\begin{aligned}x &= R_0 \eta \cos \phi \\y &= R_0 \eta \sin \phi \\z &= -r \sin \theta\end{aligned}\tag{2.1}$$

ここで、 $\eta = 1 + r/R_0 \cos \theta$ である。極数 ϱ のヘリオトロン巻線は

$$\begin{aligned}r &= a_c \\ \theta &= \kappa \phi\end{aligned}\tag{2.2}$$

で定義できる。 $\kappa (= r A_c = 2\pi R_0 / L)$ は、ヘリカル巻線のねじれ数である。このとき、トーラス一周あたりの場の周期数は $\kappa \varrho$ で与えられる。

VFコイルとTFコイルに対しては、簡単のため、解析的表式を使った。すなわち、一様垂直磁場、 $\beta^* B_{HF}(0) \hat{z}$ 、およびトロイダル・ソレノイド磁場、 $\alpha^* B_{HF}(0) \hat{\phi} / (R_0 \eta)$ 、をもちいた。

b ビオ・サバル則による磁場の計算方法

この節では、線電流に対するビオ・サバル則 [5] から、ベクトルポテンシャル A_i 、磁場 B_i 、磁場の微分の各成分 $\partial B_i / \partial x_j$ ($i, j = x, y, z$) を求める積分法を、ヘリカルコイルの一般的な巻線則に対して与える。磁場配位を最適化するために、磁力線や荷電粒子を追跡するとき、多くのコンピューター計算が必要になる。本研究では、コイル形状に任意の変調を与えることができるフレキシブルな磁場計算コードを開発し [6]、Heliotron E の磁場設計に応用した [7]、ここで開発したコードは、トロイダル幾何学における一般化ヘリカル巻線により発生する磁場をビオ・サバル則の積分から計算する。

擬トロイダル座標において、次の巻線則（winding law）で与えられる極めて一般的な線電流のクラスを考えよう。

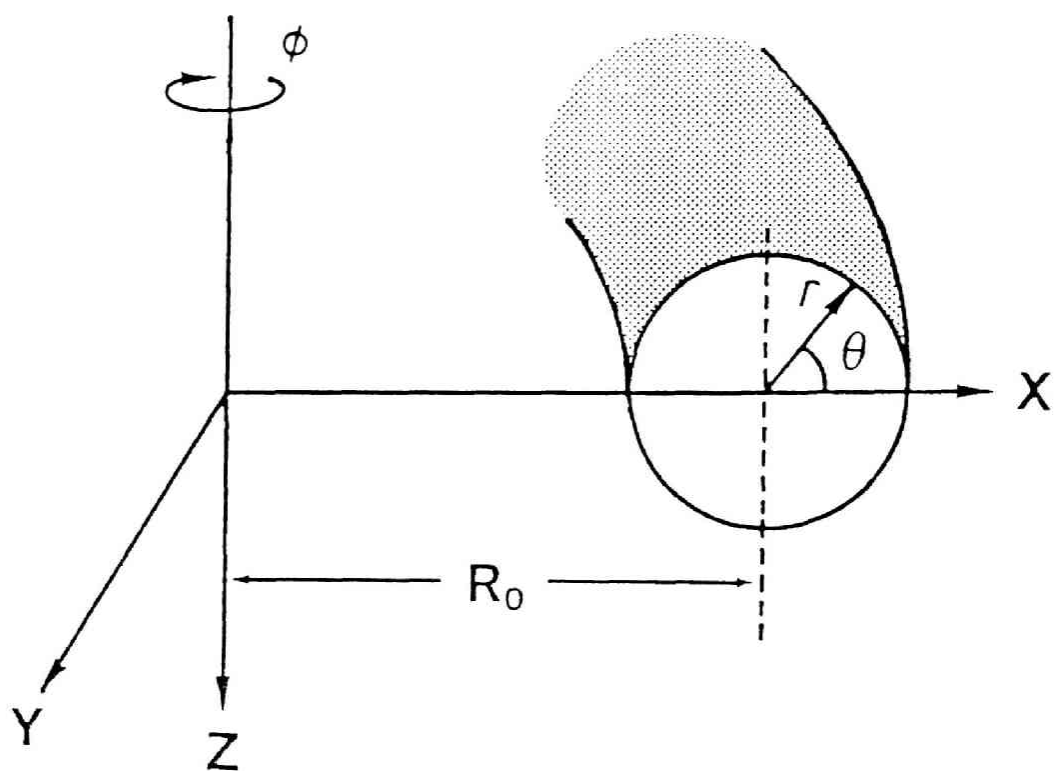


図2 2 擬トロイダル座標 (r, θ, ϕ) とデカルト座標 (x, y, z) の関係。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r}' &= \mathbf{r}'(s) \\
 \theta' &= \theta'(s) \\
 \phi' &= \phi'(s)
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

ここで、 $\mathbf{r}'(s)$ 、 $\theta'(s)$ 、 $\phi'(s)$ は、パラメーター s に関して少なくとも1階の導関数をもつものと仮定する：場の点（観測点）と区別するため、ソース点（湧き点）にプライム印（'）をつけた。式(2.3)は、ヘリオトロンの巻線則はもちろん“究極の（ultimate）トルサトロン”型〔S〕の巻線則を含むいろいろな線電流を表現できる。特別な場合として垂直磁場コイルのような軸対称コイルも表現できる。式(2.3)で、パラメーター s として、トロイダル角（ ϕ' ）とポロイダル角（ θ' ）のどちらを選んでもよい。例えば、 $\phi' \equiv s$ と選ぶと、極数 Q のヘリオトロンの巻線則は式(2.2)に帰着する。

ベクトルポテンシャル \vec{A} 、磁場 \vec{B} そしてテンソル $\nabla \vec{B}$ の成分は、デカルト座標（ $i, j, k \rightarrow x, y, z$ ）でもっとも簡単な表式となる。

$$A_i = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dx_i'}{|\vec{X} - \vec{X}'|} \tag{2.4}$$

$$B_i = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \epsilon_{ijk} \frac{dx_j' (X_k - X_k')}{|\vec{X} - \vec{X}'|^3} \tag{2.5}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial B_i}{\partial X_j} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \epsilon_{ijk} \left\{ -3 \frac{dx_j' (X_j - X_j') (X_k - X_k')}{|\vec{X} - \vec{X}'|^5} \right. \\
 \left. - \frac{X_k'}{|\vec{X} - \vec{X}'|^3} \right\} \tag{2.6}
 \end{aligned}$$

ここで、 I は巻線中を流れる電流であり、 μ_0 （ $=4\pi \cdot 10^{-7}$ ）は真空中の透磁率で

ある。 ε_{ijk} は添字 ijk のどれか二つが等しいときはゼロ、そうでないときは ijk が 123 の偶順列か奇順列かによって +1 または -1 の値をとる。二度以上現れる添字については、和の規約をもちいた。

一般化された巻線則(2.3) から、式 (2.4)–(2.6) に現れるソース点の位置 x' , y' , z' と微分要素 dx' , dy' , dz' は、パラメーター s の関数として表現できる。

$$\begin{aligned}x' &= R_0 \eta'(\phi'(s)) \cos(\phi'(s)) \\y' &= R_0 \eta'(\phi'(s)) \sin(\phi'(s)) \\z' &= -r'(\phi'(s)) \sin(\theta'(s))\end{aligned}\tag{2.7}$$

$$\begin{aligned}dx' &= \left[x' \frac{d}{ds} \ln \eta' - y' \frac{d\phi'}{ds} \right] ds \\dy' &= \left[y' \frac{d}{ds} \ln \eta' + x' \frac{d\phi'}{ds} \right] ds \\dz' &= \left[z' \frac{d}{ds} \ln \eta' - R_0(\eta' - 1) \frac{d\phi'}{ds} \right] ds\end{aligned}\tag{2.8}$$

$$\eta'(\phi'(s)) = 1 + \frac{r'(s)}{R_0} \cos(\theta'(s))\tag{2.9}$$

$$\frac{d\eta'}{ds} = \frac{1}{R_0} \left[R_0(\eta' - 1) \frac{d}{ds} \ln r' + z' \frac{d\theta'}{ds} \right] ds\tag{2.10}$$

dr'/ds , $d\theta'/ds$ そして $d\phi'/ds$ を与えられた巻線則にたいして計算したのち、(2.7)–(2.10)を (2.4)–(2.6) に代入し s に関して積分すると、 A_i , B_i , $\partial B_i / \partial x_j$ が場の点 x_i の関数として求められる。本研究では、ビオ・サバル則の積分法として周期関数の積分に適している台形公式をもちいた。典型的にはトーラスの一周あたり 400 ステップ数を積分にもちいた。

このようにして求めた磁場は、物理的拘束条件 $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ を計算機のまるめ誤差の程度までみたす。また、電流なしの条件 $\nabla \times \vec{B} = 0$ は、打ち切り誤差の程度を反映するので、それがどれくらい小さいかがビオ・サバル則の積分精度の指標になる。一度 A_i 、 B_i 、 $\partial B_i / \partial x_j$ がデカルト座標でえられると、他の座標系（たとえば擬トロイダル座標）へ容易に変換できる。たとえば、磁場について (B_x, B_y, B_z) から (B_r, B_θ, B_ϕ) への変換は、つぎの関係で与えられる。

$$\begin{pmatrix} B_r \\ B_\theta \\ B_\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi \cos \theta & \sin \phi \sin \theta & -\sin \theta \\ -\cos \phi \sin \theta & -\sin \phi \cos \theta & -\cos \theta \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

ビオ・サバル則の直接積分は極端に計算処理時間を要する。場の量の効率的計算を妨げているのは遠隔作用形式 (2.4)–(2.6) の積分的性格にある。次章で、直接法より格段に速い新しい三次元内挿法を提案するけれども、直接法自体の高速化も（内挿法ほど効果的でなくても）有用である。ここでは、直接法の効率の悪さを緩和するために施した二つの方法について述べる。まず第一に、式 (2.7)–(2.10) に現れるソース点の情報は、1つのジョブの最初に一度だけ計算しテーブル化して用いた。これは、与えられた巻線則に積分ステップを固定したときに、 $x'(s)$ 、 $y'(s)$ 、 $z'(s)$ と $dx'(s)$ 、 $dy'(s)$ と $dz'(s)$ が場の点に依存しないので可能である。第二番目に、積分変数の伸縮変換を導入した。アスペクト比 $A_c \equiv R_0 / a_c$ の大きい装置で積分ステップを等間隔にとるのは効率的でない。なぜなら、必要な積分ステップ数は A_c に比例して増え、被積分関数に現れる相互作用距離 $|\vec{x} - \vec{x}'|$ は、トロイダル幾何学では、 A_c のオーダーで大きく変動するからである。したがって、この問題を回避するには、変数 s を新しい変数 s^* に変換し、計算したい場の点の近くで積分ステップ幅を密にとればよい。このような伸縮変換の一つの例は

$$s = s^* - \frac{1 - a_c / R_0}{1 + a_c / R_0} \sin(s^* - s_0^*) \quad (2.12)$$

で与えられる。ここで s_0^* は、そのまわりでステップ幅を集積を行う中心のフェーズを表す。この変換によって、とくにヘリカル巻線の近傍の計算精度を改善できる。

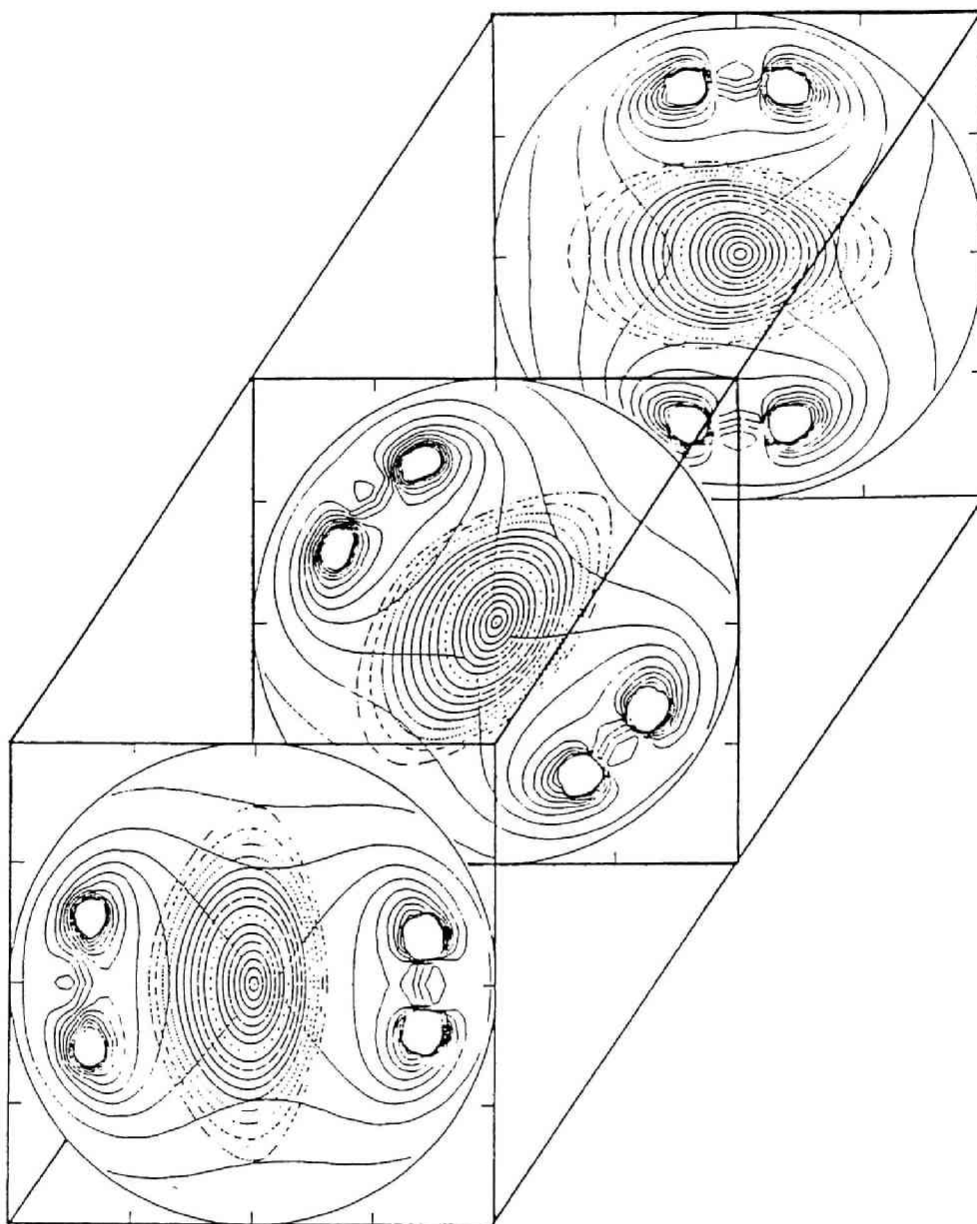


図2-3 ヘリオトロンE配位の磁気面とBの等高線図。場の半周期 ($L/4$) 内の三つの子午面上で描いたもの。この例では、ヘリカルコイルを二本の線電流で近似している。 ($\alpha^* = 0$)

表2 1 Heliotron E装置のパラメーター

ヘリカル コイル				
大半径	R_0	2.2	m	
トロイダル回転数	ϱ	2		
ポロイダル回転数	κ	9.5		
コイル電流	I_b	1.16	MA	
コイル電流密度		7	kA/cm ²	
ヘリカル コイル磁場				
	$B_h(0)$	2	T	
垂直コイル磁場	B_{VF}	-0.37	T	
トロイダル コイル磁場	B_{TF}	0.6	T	
放電管小半径				
	a_w	0.21-0.4	m	
平均プラズマ小半径	a	0.2	m	
プラズマ体積	V_P	1.7	m ³	
プラズマ持続時間		0.5	s	
放電サイクル時間		10分に1回		
電源電力		33万	kW	

c. 磁気面と磁場構造の特徴

この項では、Heliotron E装置の磁気面の性質についてまとめる。真空磁気面のかたちや、回転変換 τ 、磁気シア θ （回転変換の径方向の変化）、磁気井戸、磁力線に沿う磁場のリップルなどの知識は、装置の設計や実験の解釈に必要であるが、荷電粒子のふるまいの理解にとっても欠かせない。

三次元配位では、磁気面の解析的な表現は一般には存在しない。磁気面のかたちは、数値的に磁力線の方程式を解き、ある子午面（ $\phi = \text{const.}$ ）を突き抜ける点の集合（ポアンカレ・プロット）を描くと求められる。磁力線の方程式は、擬トロイダル座標（ r, θ, ϕ ）では

$$\begin{aligned} \frac{dr}{d\ell} &= \frac{B_r}{B} \\ r \frac{d\theta}{d\ell} &= \frac{B_\theta}{B} \\ R_0 \eta \frac{d\phi}{d\ell} &= \frac{B_\phi}{B} \end{aligned} \quad (2.13)$$

で与えられる。ここで、 ℓ は磁力線に沿う長さを表し、 B は磁場の強さである。連立方程式(13)を解くことにより磁力線の軌跡が求められる。このとき、ヘリオトロン磁場の周期性： $f(\phi + 2\pi/m) = f(\phi)$ を利用してポアンカレ・プロットを描けば、磁気面を効率よく決定できる。

表2-1に、Heliotron E装置の主要なパラメーターを掲げた。Heliotron E磁場は、 $Q=2$ 、 $\kappa=9.5$ （ $m=19$ ）のヘリカル・ヘリオトロン配位である。ヘリカル巻線のピッチ長は短く、 r の平均的な値 $\langle r \rangle = 2\pi \langle a_c \rangle / L$ は約 1.3である。図2-3に、標準的な（ $\alpha^* = 0$ ）Heliotron E配位の磁気面と磁場強度 B の等高線を示した。磁気軸の位置は、図2-4に示したように、VFコイル磁場を変えることで水平方向にシフトさせることができる。また図2-5に示すように、トロイダル磁場を順に加える（減らす）と磁気面は膨らみ（縮み）、回転変換 τ は少し減少（増大）する性質がある。ヘリオトロン磁場の磁気面のかたち、回転変換 τ やシア θ の値は、文献[9]に網羅

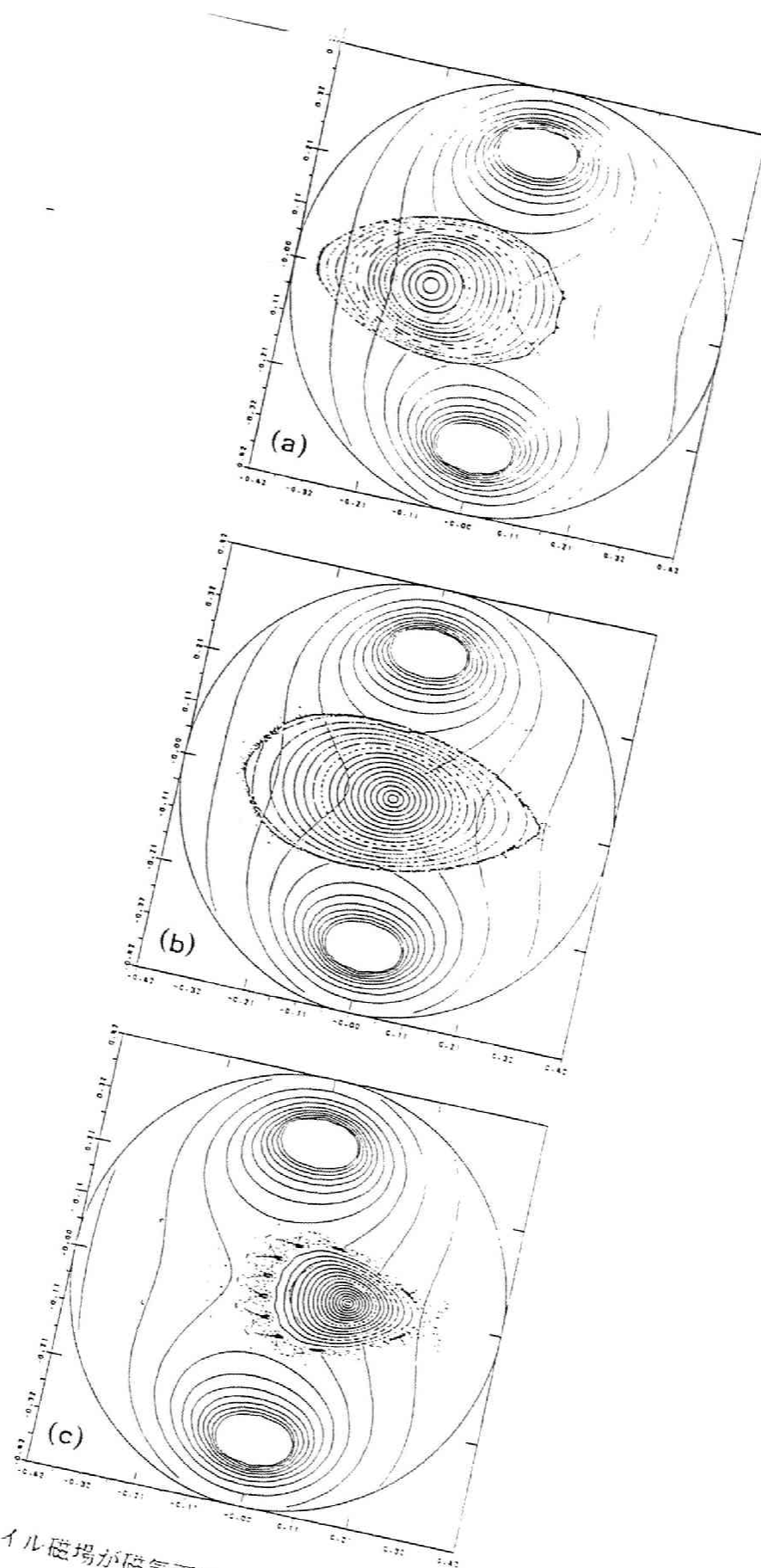


図2 4 VFコイル磁場が磁気面に及ぼす影響。実線はBの等高線を表す
 $\kappa = 9.5$, $R_0 = 2.2 \text{ m}$, $a_c = 0.3 \text{ m}$, $\alpha^* = 0$
 (a) $\beta^* = -0.214$ (b) $\beta^* = -0.187$ (c) $\beta^* = -0.131$

されている。

現実の装置では、外部ヘリカル導体は線電流ではなく有限の幅と厚みをもっている。Heliotron Eのヘリカル導体は、強い磁場（軸上で2 tesla）を発生させるために、複数の束ねられた巻線から成り立っている。導体を構成する各々のヘリカル巻線の位置は、ヘリカル導体の電流密度がトーラス全体（トーラスの内側と外側）にわたって一様になるように——つまり電流による熱負荷が一様になるように——調整されている。結果として、各々の巻線は純粹ならせん形ではなくなり、あるモジュレーションを受けたかたちになっている。したがって、この章の最初に定義したパラメーター γ や Λ_c は、コイル幅が有限なときには、平均的な意味に考えなければならない。概ね計算で予想される磁気面が、Heliotron E装置に実現されていることが、最外殻磁気面の写真計測、軟X線のsawtooth信号と $\ell=1$ 面との対応や、電子ビームのマッピングなどから確かめられている。

Heliotron Eの磁場配位は、大きな回転変換、強い磁気シアー、そして深いヘリカル・リップルに特徴づけられている。Heliotron E磁場の性質は、以下のように要約できる。

- ① 大きな回転変換 : $\ell(\bar{r}) \cong 0.5 + 1.7(\bar{r}/a)^2$
- ② 強い磁気シアー : $\Theta_{\max} \cong 0.4-1.0$
- ③ 小さい逆アスペクト比 : $\varepsilon_t(a) = a/R_0 \cong 0.09$
- ④ 深いヘリカルリップル : $\varepsilon_n(\bar{r}) \cong 0.3(\bar{r}/a)^2$
- ⑤ 磁気リミター配位

ここで、 \bar{r} と a は、磁気面とプラズマの平均半径である。性質①、②、④は、特に周辺部の磁気面で著しい。回転変換 ℓ が大きいことは、プラズマの平衡と閉じ込めに対して有利である。一方、その値が小さい整数の比で表されるような低モードの有理面（ $\ell=1/1$ 、 $\ell=3/2$ ）の存在は、エラー磁場があると、磁気島（magnetic island）形成の原因になる。また、このような有理面のまわりで内部MHDモードも不安定化される可能性もあるが、周辺部の強いシアーによってある程度安定化できる[10]。のちに詳しく考察するように、ヘリカル捕捉粒子の閉じ込めに関連する重要なパラメーターは、ヘリカルリップル ε_n の深さである。磁気面の周辺部で、 ε_n が ε_t よりも深い

ことにHeliotron Eの特徴がある。最外殻磁気面は、セパトリクス領域で囲まれている。セパトリクス領域では、磁力線は閉じた曲面上ではなく有限の厚みをもつ三次元的な体積のなかをエルゴード的にさまよう。これは、ヘリカル対称性がトロイダル摂動磁場によって乱されたためである。セパトリクス領域の磁力線の構造を、プラズマ-壁相互作用を制御する“作り付け”のダイバータとして利用する可能性が考えられている〔11, 12〕。

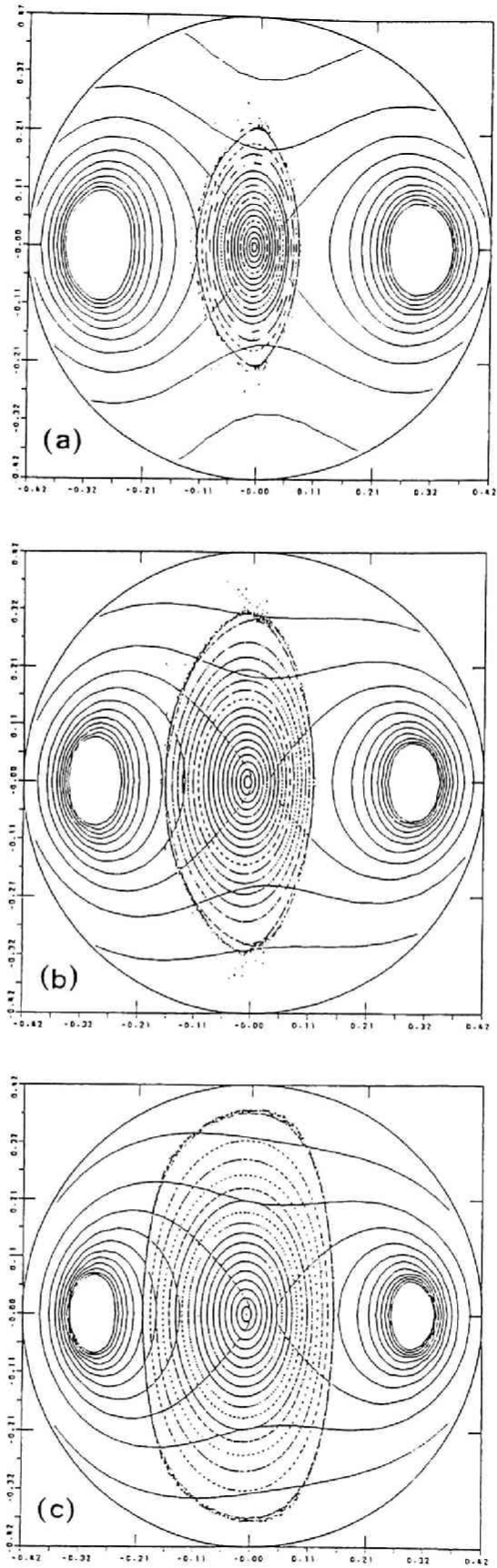


図2.5 TFコイル磁場が磁気面に及ぼす影響。実線はBの等高線を表す。
 $\kappa = 9.5$, $R_0 = 2.2 \text{ m}$, $a_c = 0.3 \text{ m}$, $\beta^* = -0.187$
 (a) $\alpha^* = -0.2$ (b) $\alpha^* = -0.0$ (c) $\alpha^* = +0.2$

§ 2 2 非軸対称トーラスにおける荷電粒子軌道

前節では、ヘリオトロン磁場の計算法と磁気面の性質について述べた。この節では、粒子の軌道は、保存を仮定する断熱不変量の数に応じて階層的に記述できることを示し、のちに本研究で高速イオンの追跡にもちいる案内中心近似について述べる。プラズマ閉じ込め磁場のような強い磁場中で近似的に周期運動をする荷電粒子については、断熱不変量 (adiabatic invariant) が軌道の解析に利用できる [13, 14]。

a. 荷電粒子軌道の階層性と断熱不変量

不均一性の小さい閉じ込め磁場では、荷電粒子の軌道は ①磁力線にまきついた速い旋回運動と ②磁力線を横切る“案内中心” (guiding center) のゆっくりとしたドリフト運動との重ね合わせとして表現できる。すなわち、粒子の位置 \vec{x} は

$$\begin{aligned} \vec{x} = \vec{x}_g + \rho_L \hat{n} = \vec{x}_g + \frac{v_\perp}{\omega_c} \cos(\theta_0 - \omega_c t) \hat{n} \\ + \frac{v_\perp}{\omega_c} \sin(\theta_0 - \omega_c t) \hat{b} \end{aligned} \quad (2.14)$$

と書ける。ここで \vec{x}_g は旋回運動の中心、つまり“案内中心”の位置を表す。単位ベクトル \hat{n} と \hat{b} は、磁力線の主法線と倍法線方向を表す。 $\omega_c (= qB/m)$ はサイクロトロン周波数であり、 θ_0 は初期位相である。 v_\perp は粒子の垂直速度成分をあらわす。旋回の半径 $\rho_L (= v_\perp / \omega_c)$ は、ラーマ半径とよばれる。例えばヘリオトロン E ($B = 2 \text{ T}$) では、エネルギーが 30 keV の高速イオン (プロトン) のラーマ半径は $\rho_L \cong 1.3 \text{ cm}$ となり、プラズマの平均半径 $a \cong 20 \text{ cm}$ に比べて十分小さい。

荷電粒子の旋回運動は、磁気モーメント μ によって特徴づけられる。 μ の大きさは、荷電粒子の“電流” $I = q\omega_c / 2\pi$ と旋回軌道が囲む面積 $\pi\rho_L^2$ の積

$$\mu = I \pi \rho_L^2 = \frac{m v_\perp^2}{2B} = \text{const.} \quad (2.15)$$

で与えられる。準周期的な運動の一般論から、 μ は断熱的に不変であることが証明されている [13]。すなわち、 ρ_L のオーダーの距離内でゆるやかに変化し、かつ、 ω_c^{-1} のオーダーの時間内にゆっくりと変動するような磁場中では、 μ は保存される。

非一様磁場では、磁力線にそってBに強弱（リップル）がある。このような磁場には捕捉粒子が存在することが、磁気モーメント μ とエネルギーEの保存から直ちにわかる。 μ の式(2.15)は、粒子がBの強い領域にいくと、 v_{\perp} もまた増えることを意味する。荷電粒子は磁場に対して仕事をしないので、 v_{\perp} が増すと v_{\parallel} （磁力線方向の速度成分）は減る。エネルギー保存式（ $E = m v_{\parallel}^2 / 2 + \mu B = \text{const}$ ）で、 μB はちょうど磁力線にそった運動の“ポテンシャル井戸”の役割を果たしている。磁場にリップルがあると、 v_{\parallel} の小さい粒子は μB に捕捉されるのである。リップルに捕捉される粒子を捕捉（trapped）粒子と呼び、捕捉されない粒子を通過（passing）粒子とよぶ。

トロイダルヘリカル配位では、磁場強度Bに性質の異なった二種類のリップルがあるため、捕捉粒子は二種類に分かれる。一つはヘリカル巻線によるリップル ε_h に捕捉される粒子（ヘリカル捕捉粒子）であり、もう一つは、トーラスに曲げられたことにより生じるリップル ε_t に捕捉される粒子（トロイダル捕捉粒子）である。ヘリカル捕捉粒子の運動を解析するとき、 μ の保存に加えて、縦の断熱不変量 $J_{\parallel} = m \int v_{\parallel} d\ell$ の保存をもちいるのが便利ながある[15, 16]。ヘリカルバナナの幅が場の量の変化の特徴的な長さに比べて小さいとき、 J_{\parallel} は近似的に保存される。このことは、捕捉粒子が J_{\parallel} が一定の面上に拘束されることを意味する。多くの理論計算が、 J_{\parallel} の保存を仮定して行われている[17–20]。

トロイダルヘリオトロン中の荷電粒子軌道は、保存を仮定する断熱不変量の数に応じた三つのレベルにおいて、階層的に記述できる。

レベル1：	粒子軌道	運動方程式
レベル2：	案内中心軌道（ μ ）	ドリフト方程式
レベル3：	バナナ中心軌道（ μ, J ）	バナナ中心方程式

案内中心軌道は μ の保存だけを仮定し、バナナ中心軌道は μ の他に J_{\parallel} の保存も仮定する。当然、平均化のレベルが進むにつれて、軌道の近似は粗くなってゆく。しかし平均化のレベルが進むにつれ、速い特徴周期運動が消去されてゆくので、数値計算は簡単になる。ドリフト方程式では、サイクロトロン周波数が消去され、バナナ中心方程式では、さらにヘリカル捕捉粒子のバウンス周波数も消去されている。

b. 案内中心（ドリフト）方程式

中性粒子入射によって生じる高速イオンの軌道の解析には，他の多くの場合と同様に，サイクロトロン運動を含んだ粒子の厳密な位置を知る必要はなく，単に粒子の“案内中心”の位置がわかれば十分である。案内中心（ドリフト）近似を使うと，速いサイクロトロン運動が消去されているので，粒子の運動方程式（Lorentz-Newton eq.）そのものを解くよりも計算時間を節約できる。また，粒子軌道の解釈も容易になる。一方， J_{\parallel} の保存も仮定したバナナ中心方程式を用いるとヘリカル捕捉粒子の計算時間をさらに短縮できる可能性があるけれども，粒子軌道の近似が粗くなりすぎる恐れがある。そこで本研究では，前項にあげた三つのレベルの方程式のうち，ドリフト（案内中心）方程式を採用して，軌道追跡コードを作成し〔21〕，高速イオンのふるまいを調べた。

∇B ドリフト，曲率ドリフトおよび $\vec{E} \times \vec{B}$ ドリフトを含んだ，案内中心方程式は次式で与えられる〔14〕。

$$\frac{d\vec{x}_g}{dt} = v_{\parallel} \frac{\vec{B}}{B} + \vec{V}_D + \vec{V}_{E \times B} \quad (2.16)$$

$$\frac{dv_{\parallel}}{dt} = -\frac{\mu}{mB} \vec{B} \cdot \nabla B \quad (2.17)$$

$$\vec{V}_D = \frac{m(2v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2)}{2eB^3} \vec{B} \times \nabla B \quad (2.18)$$

$$\vec{V}_{E \times B} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{B^2} \quad (2.19)$$

ここで v_{\parallel} と v_{\perp} は，磁力線にたいして平行および垂直な速度成分である。式(2.18)で， $\nabla \times \vec{B} = 0$ をつかって， ∇B ドリフトと曲率ドリフトが一つの項にまとめられている。式(2.19)の電場として，本研究では，磁気面 ψ （ $\vec{B} \cdot \nabla \psi = 0$ ）上で一定なポテンシャル Φ から導かれるもの $\vec{E} = -\nabla \Phi$ （ ψ ）を考える。このような電場を径方向電場（または径電場）とよぶ。

連立方程式(2.16)–(2.19)を初期値問題として解けば、案内中心の軌跡が得られる。磁気モーメント μ の断熱不変性を仮定するドリフト方程式のヘリオトロン磁場における近似のよさは、式(2.16)–(2.19)を解いて得たドリフト軌道と、同じ初期条件のもとで運動方程式を解いてもとめた粒子軌道とが、ラーマ半径の範囲で一致することにより確かめた。案内中心コードの数値精度は、①粒子のエネルギー保存から、また ②ODE solver [23] の精度にたいする解の敏感さから確かめた。

c ヘリオトロン磁場中のドリフト軌道

この項では、ヘリオトロンE磁場におけるドリフト軌道の種類とそれらの性質についてまとめる。前項の案内中心方程式を解くことにより、トロイダル ヘリオトロン磁場では、トロイダル ステラレータの場合 [22] と同様に、三つのタイプのドリフト軌道 [21] が存在することが分かった。すなわち、

- ① 通過 (passing) 粒子
- ② トロイダル捕捉粒子： (blocked 粒子とも呼ばれる)
- ③ ヘリカル捕捉粒子： (localized 粒子とも呼ばれる)

である。トロイダル捕捉粒子とヘリカル捕捉粒子の中間領域には、遷移粒子が存在する。遷移粒子のドリフト面は、一般に ergodicになる。なおスーパー バナナ軌道という用語の定義は、ステラレータ分野の研究者の間で、必ずしも一貫していないことを注意しておく。スーパー バナナを、ヘリカル捕捉粒子の総称として用いる研究者もいるし [19] , スーパー バナナを限定された意味、すなわち「ヘリカル捕捉粒子のうち、バナナ中心自体が閉じたバナナを描きヘリカル1周期に局在しているもの」だけに対して用いる研究者もいる [24] 。本研究では、スーパー バナナという用語を限定された意味に使うことにする。径電場が存在するとき、さらに別のタイプの捕捉粒子——共鳴バナナ軌道や共鳴スーパー バナナ軌道——が現れることについては第6章で論じる。

対称性の有無は、磁場中の荷電粒子のドリフト軌道に重要な影響をおよぼす。もし、閉じ込め磁場が直線ヘリオトロンのようにヘリカル対称性をもっていると（ひとつの無視できる座標があるという意味において）ドリフト軌道の性質は軸対称トカマクの場合

と同様である。すなわち、案内中心方程式の第一積分としての解析的なドリフト面が存在する。この場合、粒子軌道の種類は通過およびヘリカル捕捉粒子の二種類しかない。衝突がなければ、どちら種類の軌道も捕捉・非捕捉状態を変えない。そして、これらの粒子軌道の磁気面からの〈ずれ〉は、ラーマ半径 ρ_L とともに小さくなる。ところが、直線ヘリカル対称磁場が曲げられてトーラスになると、事情は異なってくる。まず、無視できる座標がないので、ドリフト方程式の厳密な第一積分は存在しなくなる。対称性の破れは、許される粒子軌道の種類に多様性をあたえる。通過およびヘリカル捕捉粒子のほかに、トロイダル捕捉粒子が現れる。そしてこれら三種類の粒子軌道の間の遷移が、無衝突リップル捕捉およびリップル離脱をとおして起こりえるようになる。対称性がある場合と違い、ヘリカル捕捉粒子の磁気面からの〈ずれ〉は、ラーマ半径がゼロになっても有限にとどまる。

文 献

- [1] K.Uo: Kakuyugo-Kenkyu 1 (1958) 20.
- [2] K.Uo: Phys. Fluids 5 (1962) 1293.
- [3] K.Uo: Plasma Phys. 13 (1971) 243.
- [4] K.Uo: Nucl. Fusion 13 (1973) 661.
- [5] J.D.Jackson: Classical Electrodynamics,
(Wiley, New York, 1962).
- [6] 花谷 清, 宇尾光治「ヘリカル ヘリオトロン磁場のセバトラクス領域の決定」
(1975年10月)『物理学会 秋の分科会予稿集』 p.66
- [7] K.Uo, K.Hanatani, M.Nakasuga: "Magnetic surface of toroidal
heliotron field", Annual Review of Plasma Phys. Lab. Kyoto
University, PPLK-1, (Dec. 1978), p.33.
- [8] C.Gourdon, P.Hubert, D.Marty: C.R. Acad. Sci. 271 (1970) 843.
- [9] K.Uo, M.Nakasuga, and K.Hanatani: Heliotron Magnetic
Surfaces, Report of Plasma Phys. Lab. Kyoto University,
PPLK-3, (June 1982).
- [10] M.Wakatani, T.Yoshioka, K.Hanatani, O.Motojima, A.Iiyoshi,
K.Uo: J. Phys. Soc. Jpn. 47 (1979) 974.
- [11] C.Gourdon, D.Marty, E.K.Maschke, J.Touche: Nucl. Fusion 11
(1971) 161.
- [12] O.Motojima, A.Iiyoshi, K.Uo: Nucl. Fusion 15 (1975) 985.
- [13] T.G.Northrop: The Adiabatic Motion of Charged Particles,
(Interscience, New York, 1963).
- [14] A.I.Morozov and L.S.Solov'ev: "Motion of Charged Particle
in Electromagnetic Fields", Review of Plasma Physics,
ed. M.A.Leontovich, (Consultants Bureau, New York, 1966)
Vol.2, p.201.
- [15] A.I.Morozov and L.S.Solovev: Sov. Phys. Tech. Phys. 5
(1960) 250.

- [16] H.P.Furth and M.N.Rosenbulth: Proc. Int. Conf. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Novosibirsk, 1968, (IAEA, Vienna, 1969) Vol.1, p.591.
- [17] D.Dobrott and E.A.Frieman: Phys. Fluids 14 (1971) 349.
- [18] M.Wakatani, S.Kodama, M.Nakasuga and K.Hanatani: Nucl. Fusion 26 (1983) 175.
- [19] H.E.Mynick: Phys. Fluids 26 (1983) 1008.
- [20] W.N.G.Hitchon, K.D.McLenithan, H.E.Mynick: Nucl. Fusion 23 (1983) 1143.
- [21] K.Hanatani et al.: "Behavior of charged particle orbit in the toroidal helical heliotron", Annual Review of Plasma Phys. Lab. Kyoto University, PPLK-1, (Dec. 1978) p.41.
- [22] A.Gibson and J.B.Taylor: Phys. Fluids 10 (1967) 2563.
- [23] L.F.Shampine and M.K.Gordon: Computer Solution of Ordinary Differential Equations: The Initial Value Problem, (Freeman, San Fransisco, 1975).
- [24] J.A.Derr and J.L.Shohet: Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 1730.

第3章 非対称場の三次元内挿スキーム

第1章で述べたように、定常運転が可能な核融合炉の探究は、厳密な対称性をもたないトロイダル磁場配位の理論的研究にわれわれを導く。非軸対称磁場におけるドリフト軌道のふるまいを研究したり、対称性の破れが粒子閉じ込めに及ぼす影響を調べたりするための〈効率のよい〉計算法にたいする要請は大きい。この章では、非軸対称磁場でドリフト軌道を高速に計算するための、新しい三次元内挿スキームを提案する。§3.1では、従来のドリフト軌道の計算法についてふりかえる。§3.2において、場の量を対称部と非対称部へ分解する方法にもとづいた新しい内挿スキームについて説明する。§3.3では、新しいスキームをドリフト方程式へ応用する。また、対称性を破る摂動（トロイダル効果）が粒子のドリフトに及ぼす影響を調べ、等価な単純トーラスにおけるドリフトと比較する。§3.4では、ここで提案したスキームの性能・限界・一般性などについて論じる。最後に、まとめを§3.5で述べる。

§3 1 対称性の破れた磁場中のドリフト軌道の計算法

無視できる（ignorable）座標の欠如は、ステラレーターやヘリオトロロンにおけるドリフト軌道の解析にあたって、数値的手段に頼らねばならないことを意味する。対称性の欠如はまた、その数値的手段が有用であるためには、高速でかつ正確なものでなくてはならないことも意味する。「正確」という言葉を、ここでは、磁場のモデリングの近似のよさ（現実性）と数値計算の精度のよさの両方の意味にもちいている。残念ながら容易に実現できる方法は、上の二つの要請（速度と精度）を同時には満たせない。例えば簡略化したモデル磁場を使うと、計算時間の節約にはなるけれども、モデルとして近似が悪い恐れがある。逆に、ビオ・サバール則の積分によって得られる磁場は、正確だが計算に時間がかかりすぎる。これらの方法では、モデルの正確さと計算の速度とは一般に両立しない。

非軸対称配位において、モデルの現実性を損なうことなく高速なドリフト軌道の計算を可能にする〈効率のよい〉技法が、何人かの研究者たちによって開発された[1-7]。

最近の進歩は、磁気座標を使ってドリフト方程式をハミルトニアン形式で表す接近法によってもたらされた[1]。この方法では、磁気座標を正準変数として使って、粒子の磁力線を横切るゆるやかなドリフトと磁力線に沿う速い流れを分離する。計算の効率は、ハミルトニアンが、ひとつのスカラー量——磁場強度 B ——だけを通じて空間座標に依存することから生じる。さらに、実際上大切なことであるが、与えられた磁場（例えば、ビオ・サバル則によって得られるもの）からフーリエ級数を使って磁気座標系を数値的に確立する処方せんが与えられ[2]、コードとしても実現された[3]。

非軸対称磁場に対するもう一つの近似法として、真空磁場にたいする調和関数の完全系の利用がある[4, 5]。そして、この関数系は数式処理言語（REDUCE）によって半自動的に生成できる。この方法は、マックス・プランク研のグループによってODINコードで高速イオンのドリフト軌道の計算に使われた。この方法の利点の一つは逆問題が解けること、すなわち与えられた好ましい磁場を作るような外部コイルの電流分布を決定できることにある。

最も古くから知られていて、広く応用されている〈効率のよい〉数値技法は、三次元内挿法である[6]。この方法では、場の量を最初に一度だけ正確な方法（例えば、前章で説明したようなビオ・サバル則）で求め三次元のグリッド上に蓄えておき、それから必要に応じて、任意の空間点での場の量の値を、その点のまわりのグリッド点の値を参照してきめる。ドリフト・ハミルトニアンおよび磁場の調和関数を持ちいる方法は、ともに大域的な近似法（級数の項数を増やすことにより近似度が上がる）であったのに対して、三次元内挿法は局所的な近似法である。三次元内挿法は、直接法よりも一般に速い。しかしながら、三次元内挿法の問題点は、打ち切り誤差を小さくし記憶容量を減らすために高次の内挿公式を用いると、効率が落ちてくる傾向があることである。サブルーチン・ライブラリに登録されているような既存の標準的な内挿公式は、ここで考えているような三次元配位で多数のテスト粒子のドリフト軌道を追う大規模なシミュレーションに対して、現在の計算機の処理能力では、まだ十分速いとはいえない。たとえば文献[7]では、時間のかかる三次元スプライン内挿を回避するため、トロイダル方向に等間隔におかれたメッシュ上で二次元スプラインを持ちいて内挿することにより、モンテ・カルロ法による新古典輸送のシミュレーションが行われた。

この章でこれから述べる研究の動機は、標準的な三次元内挿法より速い内挿スキームを開発したいことにあった。多目的用に設計された内挿公式の盲目的適用は、すべての

問題に対して最大の効率と精度をあたえない。もし考えている問題のクラスが含む固有な物理的情報を利用できるならば、その問題のクラスにより適した内挿スキームを構築できるだろう。この章では、精度がよく速い三次元内挿を可能にするだけでなく、対称性を破る摂動の影響を調べることが可能な新しい計算スキームを提案する〔8〕。ここで考えている問題に固有な利用できる情報として、隣接した対称配位の性質がある。

§ 3. 2 新しい三次元内挿法

前節でふれたように、ビオ―サバール則の直接積分は極端に時間がかかる。「遠隔作用」の形式に内在する効率の悪さは、「近接作用」の形式（場の量の局所的表現＝内挿法）に切り替えることにより解消できる。

a. field-splitting schemeの原理

ここで、トロイダル―ヘリカル配位で与えられた三次元量を高速に内挿計算できる二段階（field-splitting）スキームを提案する。この計算法を field-splitting スキームと名づけた理由は、以下において直ぐに理解できるだろう。従来の三次元内挿法と違って、このスキームは、隣接した二次元対称配位の性質を活用する。基本的な着想は、計算しようとする三次元場の物理量をより扱い易い二つの部分——対称部分と対称性を破る部分——に分解することにある。アスペクト比の大きいトロイダル―ヘリカル系では、利用できる隣接した対称性はヘリカル対称性である。任意の三次元量 Q の対称部を主要部（principal part）と名付け、記号 P で表すことにしよう。このとき、 Q を主要部 P と残余 R との和で書き表す。

$$\begin{array}{ccccc}
 \text{任意の量} & & \text{主要部} & & \text{残 余} \\
 Q & = & P & - & R \\
 (r, \theta, \phi) & & (r, \theta - \kappa \phi) & & (r, \theta, \phi) \\
 3D & & 2D & & 3D
 \end{array} \quad (3.1)$$

右辺の第一項 P は卓越した対称部をあらわし、第二項 R は小さい非対称部をあらわす。場の量 Q を空間点の関数として求めるとき、二段階（field-splitting）スキームでは、もとの量 Q 自体を内挿するかわりに、 P と R とを別々に内挿する。式(3.1)の右辺は、近似展開ではなく、 Q の閉じた（“完備な”）分解であることに注意する。

式(3.1)の対称部 P として、等価な直線ヘリカル系における対応する Q にたいする解析的または数値的表現を用いることができる。解析解は、変形ベッセル関数の級数で表現できる。数値解は、ビオ―サバール則を無限に長いヘリカル巻線にそって積分すると得られる。しかし、直線系の解をこのように解き直すことは、不必要であることがわかった。

表 3. 1 対称・非対称分解による主要部と残余の性質

記 号	任意の場の量	主 要 部 Principal Part	残 余 Residual Part
	Q	P	R
対称性	無し	ヘリカル対称	無し
次 元	3次元	2次元	3次元
変 数	(r, θ, ϕ)	$(r, \theta - \kappa \phi)$	(r, θ, ϕ)
大きさの程度	1	1	a_c / R_0
波 長	混在	比較的短波長	比較的長波長
内挿公式		双3次スプライン または 細かいメッシュの 2次元線形内挿	粗いグリッドの 3次元線形内挿

本研究では、主要部Pにたいする適切な表現をえるために、有限アスペクト比のトロイダル・ヘリカル配位で定義された三次元量Q（有限ベータでもよい）からヘリカル不変成分を数値的に抽出する。この目的のために、補助座標系（ $r, \zeta = \theta - \kappa \phi, x$ ）を導入する。直線系におけるヘリカル不変性との類推によって、二つの変数（ r, ζ ）を通じてだけ変化する物理量をヘリカル対称であると考え、ここで「対称な方向」を指すベクトルを定義しよう。

$$\vec{h} = \kappa \vec{e}_r, \hat{\theta} + \eta \hat{\phi} \quad (3.2)$$

対称なスカラー量の「無視できる方向」への勾配は零にならねばならない： $\vec{h} \cdot \nabla \equiv 0$ 。いいかえれば、対称部は“無視できる座標”にそって一様である。この考察によって、一般にはヘリカル対称でない三次元量からヘリカル対称成分を抽出（分離）できる。対称成分の抽出は、場の量Qを0から $2\pi/\kappa$ まで「ヘリカルに」平均することによって実現できる。

$$P(r, \zeta) = \frac{\kappa}{2\pi} \int Q(r, \zeta + \kappa \phi, \phi) d\phi \quad (3.3)$$

この操作は、ちょうどフーリエ級数の一様部を取り出すときの操作と本質的に同じである。最近このタイプの平均法は（本研究とは独立に）非軸対称配位にける磁気島とストカスティック領域の消去の研究にもちいられた〔9〕。PとRの定義からつぎの直交性が成り立つ。

$$\frac{\kappa}{2\pi} \int P(r, \theta - \kappa \phi) R(r, \theta, \phi) dx = 0 \quad (3.4)$$

ヘリオトロン型の巻線則にたいして、ヘリカル平均法(3.3)で得られた主要部Pは、もとの三次元配位のアスペクト比 R_0/a_c と垂直磁場強さ β^* とに依存せず、直線ヘリオトロンを特徴づけるパラメーター η と α^* （TFコイル磁場）だけに依存した。もう一つの興味ある性質は、残余Rもまた、アスペクト比で規格化すると、 R_0/a_c と β^* とに依存しなかったことである。Pと規格化したRがアスペクト比に依存しないことは、広い範囲（ $R_0/a_c = 0.2 \sim 0.001$ ）にわたって数値的に確かめた。Pの一意性は、

トロイダル摂動がヘリカル成分に寄与しないことを意味する。

b. field-splitting schemeの利点

上に述べた対称・非対称分解には、いくつもの利点がある。まず第一に、対称・非対称分解は、標準的な三次元内挿法と比較して、簡単で効率のよい三次元内挿スキームの開発を可能にする。本質的な点は、主要部Pと残余Rについて、それぞれの相対的重要性、性質そして次元数を考慮して、適切な異なった内挿公式を選ぶことにある。分解する前の量Qは三次元である。しかし主要部Pは、ヘリカル対称性のおかげで、二次元量に簡約できる。二次元内挿は、もちろん、三次元内挿にくらべてプログラミングが簡単で、計算が速く、記憶容量も少なくすむ。したがって主要部Pは、中程度のメッシュ幅の双三次スプライン（あるいはより細かいメッシュ幅の双一次線形内挿法）をもちいて容易に高速に計算できる。（双一次線形内挿を用いた場合には、わずかな二次元記憶領域を余分に使うだけで、さらに高速の計算が可能になる。）一方、残余Rは依然として三次元である。しかし幸い、Rの絶対値は、Pの絶対値にくらべて a_c/R_0 のオーダーだけ典型的に小さい。しかも、RはPに比べてより長波長成分しか含んでいない場合が多い。したがって、主要部Pに用いたものと同じオーダーの内挿公式を残余Rにもちいる必要はない。残余Rについては、グリッド間隔の比較的粗い三次元線形（trilinear）内挿で十分である。擬トロイダル座標系における体積加重法による三次元線形内挿をRの計算にもちいた。このようにして、残余Rもまた容易に高速に内挿できる。

第二の長所として、対称・非対称分解は、「対称性を破る摂動によってドリフト軌道がどの程度影響を受けるか」調べることを可能にすることがあげられる。磁場やドリフトの摂動部（＝残余）の空間分布を直接しらべることによって、非軸対称配位における複雑なドリフト軌道そのものを解析するよりも、背後に横たわるドリフト運動の物理にたいしてより明確な直観をもてるだろう。また、ドリフト方程式と座標系のメトリックから非対称部を意識的に消去（ $R=0$ ）することによって、対応する直線ヘリカル対称配位のドリフト軌道を調べることも容易にできる。このオプションは、非摂動（2D）配位と摂動をうけた（3D）配位中の粒子のドリフト面の違いを密接な比較を可能にする。この比較により、トロイダル摂動によってヘリカル対称性が破られてゆく過程を研究できるようになる。結局このようにして、従来の内挿法より数値解析的に無駄がなく物理的にも意味がある方法で、三次元量の内挿計算が可能になった。

c. 数値アルゴリズム

上にアウトラインを述べた〈抽出〉，〈分解〉そして〈内挿〉を数値的に実行するためには，三次元グリッドを工夫しなくてはならない。考えられる幾つかの案のうち，擬トロイダル座標 (r, θ, ϕ) における三次元グリッドとヘリカル極座標 $(r, \zeta = \theta - \kappa \phi)$ における二次元メッシュとを組み合わせると便利であることがわかった。すべての角度座標 θ, ϕ ，そして ζ についてメッシュ幅を等間隔にえらぶと

$$\Delta \zeta = \kappa \Delta \phi = \Delta \theta \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} r_i &= (i-1) \Delta r \\ \theta_j &= (j-1) \Delta \theta \\ \phi_k &= (k-1) \Delta \phi \\ \zeta_l &= (l-1) \Delta \zeta \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\text{ここで } i=1, 2, 3 \dots M; j=1, 2, 3 \dots N$$

数値的手続きが単純になる。添字 i, j, k は三次元空間 (r, θ, ϕ) の位置を指定する。もうひとつの添字 l は，二次元平面 (r, ζ) 上のメッシュ角 ζ を指定する。添字 k は，ヘリカル巻線の 1 ピッチ分 $(2\pi/\kappa)$ だけを覆う。動径グリッド点 $i=1$ はトーラスの小軸に対応し， $i=M$ は円形の計算境界を指定する。計算境界は，ふつう最外殻磁気面の外におく。典型的には，グリッド数として $M=21$ ， $N=48$ を計算にもちいた。

つぎに計算の手順を説明する。最初に，計算境界内の全グリッド点 $(M \times N \times N)$ にビオ・サバル則を積分してえられる値 $Q_{i,j,k}$ を記憶させる。つぎにヘリカル平均(3.3)を離散化した式

$$P_{i,l} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N Q_{i,l+\kappa^{-1}k,k} \quad (3.7)$$

をもちいて主要部 $P_{i,l}$ を二次元メッシュ点 $(M \times N)$ 上へ抽出する。式(3.3)の離散

化として、本研究では台形公式を採用した。この理由は、台形公式がもっとも簡単な求積法であるだけでなく、被積分関数が ϕ の周期的でかつ解析的な（なめらかな）関数であるとき、台形公式が他のより高次の求積法（例えばシンプソンの方法）にくらべて精度がよいことにある【10】。最初の条件（周期性）は、ヘリオトロンの巻線則から自動的に保障されている；第2の条件（解析性）もまたヘリカル線電流の近傍を除いてすべての空間点で満たされている。線電流に起因する特異性は、ここで提案した内挿法の有用性を損なわせない。なぜなら、ヘリカル線電流の位置で粒子軌道を追う必要はないからである。

つぎに残余 $R_{i,j,k}$ は、 $Q_{i,j,k}$ から主要部 $P_{i,\nu}$ を「ヘリカル」に差し引くことにより、三次元のグリッド点で求める

$$R_{i,j,k} = Q_{i,j,k} - P_{i,j-k+1} \quad (3.8)$$

これで、グリッド点上で Q の対称・非対称分解を完了できた。すなわち、式(3.7)と式(3.8)をもちいて

$$Q_{i,j,k} = P_{i,j-k+1} + R_{i,j,k} \quad (3.9)$$

いったん、与えられた配位のさまざまな場の量について、主要部 P と残余 R とを、二次元 (i, ν) メッシュと三次元 (i, j, k) グリッドに格納すると、場の量 $Q(\vec{x})$ の値は、 $P(\vec{x})$ と $R(\vec{x})$ を独立に内挿したのち加え合わせるにより、空間点 x の関数として再構成できる。ここで磁力線とドリフト軌道を効率よく計算する準備がととのった。

最後に、 Q の計算には必ずしも必要ではないが、有用な情報として残余 R のトロイダル平均、 T 、を求めることができる。再び台形公式をもちいて

$$T_{i,j} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N R_{i,j,k} \quad (3.10)$$

関数 T は、与えられた場の量に含まれるトロイダル効果の目安となる。残余 R をさらに

細分化してゆくことも、もし二次的に主要な成分をより高次の成分から分離したいときは、可能である。二次的に主要な成分の候補として、すでに述べたトロイダル平均 T の他にトロイダル-ヘリカル成分のカップリング項、 S 、が挙げられる。このように場の量の細分解をつづけてゆくと、ここで提案した二段階の field-splitting スキームを三段階スキーム ($Q = P + T + R^*$) や多段階スキーム ($Q = P + T + S + R^{**}$) へと拡張してゆける。

§ 3 3 ドリフト方程式への応用

この節の目的は、粒子軌道計算を高速化するために field-splitting スキームを応用することにある。この節ではまた、ヘリオトロン磁場中を運動する荷電粒子が感じる摂動ドリフトの効果を調べる。

a. 場の量の対称 非対称分解

前章で導入した曲率および ∇B ドリフトを含んだドリフト方程式を、この章の目的に便利のように少し変形してもちいる。

$$\frac{d \vec{x}_g}{d t} = v_{\parallel} \frac{\vec{B}}{B} + \vec{V}_D \quad (3.11)$$

$$\frac{d v_{\parallel}}{d t} = -\frac{\mu}{m} F(\vec{x}) \quad (3.12)$$

$$\vec{V}_D = \frac{v^2}{2 \omega_{c0} R_0} (1 + \lambda^2) \vec{D}(\vec{x}) \quad (3.13)$$

$$\vec{D}(\vec{x}) = R_0 B_0 \frac{\vec{B} \times \nabla B}{B^3} \quad (3.14)$$

$$F(\vec{x}) = \frac{\vec{B}}{B} \cdot \nabla B \quad (3.15)$$

ここで、 v_{\parallel} 、 v_{\perp} そして $v = \sqrt{v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2}$ は、それぞれ案内中心の平行、垂直、および全速度である。 $\lambda (\equiv v_{\parallel}/v)$ は、粒子のピッチをあらわす。 $\omega_{c0} (\equiv q B_0 / m)$ はサイクロトロン周波数であり、 $\mu (\equiv m v_{\perp}^2 / 2 B)$ は磁気モーメントである。

ベクトル $\vec{D}(\vec{x})$ は、ドリフト速度 \vec{V}_D のうち磁場配位にだけ依存する（言い換えると、粒子パラメーターに依存しない）部分である。スカラー $F(\vec{x})$ は、 B の磁力線方向への微分をあらわす。本論文では、ドリフト $\vec{D}(\vec{x})$ と方向微分 $F(\vec{x})$ も、磁場 $\vec{B}(\vec{x})$ と同様に、全空間を満たしている「場の量」とみなす。 $\vec{B}(\vec{x})$ 、 $\vec{D}(\vec{x})$ と $F(\vec{x})$ が空間の関数として数値的に表現できれば、初期値を与えることにより案内

中心方程式を解くことができる。本論文では精度が落ちる原因となる数値微分を ∇B の計算にもちいかなかった。そのかわり、ベクトル $\vec{D}(\vec{x})$ とスカラー $F(\vec{x})$ をそのまま内挿した。したがって、 \vec{V}_D の精度は B の精度と同じオーダーである。

対称 非対称分解手続きを用いることにより、ドリフト方程式を解くのに必要な場の量を①非摂動部と②対称性を破る部分とに分解する。式(3.11)、(3.12)を解くのに必要な場の量は、磁場の3成分 B_r 、 B_θ 、 B_ϕ と無次元ドリフト場の3成分 D_r 、 D_θ 、 D_ϕ と $F(\vec{x}) \equiv \vec{B} \times \vec{B} \cdot \nabla B$ である。

$$\begin{aligned}\vec{B}(\vec{x}) &= \vec{B}^{(0)}(\vec{x}) + \vec{B}^{(1)}(\vec{x}) \\ \vec{D}(\vec{x}) &= \vec{D}^{(0)}(\vec{x}) + \vec{D}^{(1)}(\vec{x}) \\ F(\vec{x}) &= F^{(0)}(\vec{x}) + F^{(1)}(\vec{x})\end{aligned}\tag{3.16}$$

ここで、上付き添字(0),(1)は、それぞれ、非摂動部とトロイダル摂動部をあらわす。

図3-1(a)に $\vec{D}^{(0)}$ のパターンをしめした。ドリフト方程式に現れる項 $\vec{B} \times \nabla B$ と B

∇B の計算にあたって、必要に応じて、上の7つの成分以外の量に対称 非対称分解を適用してもよい。たとえばベクトルポテンシャル \vec{A} は、磁気フラックスを計算するのに便利である。

原点($r=0$)の扱いに関して、いくつかの数値計算上の注意がある。直線ヘリカル系では、 B_r 、 B_θ 、と D_r 、 D_θ 、は駐近傍で r の $(\ell-1)$ 乗に比例する。この漸近的なふるまいを利用すると、動径方向の内挿精度を改善できる。すなわち、 B_r 、 B_θ 、と D_r 、 D_θ を r の $(\ell-1)$ 乗で規格化したものをまず内挿し、えられた値に r の $(1-\ell)$ 乗を掛けてもとの動径依存性にもどす。この操作により原点近傍の内挿精度が改善できた。座標系 (r, θ, ϕ) の原点の扱いに関連したもう一つの注意は、摂動ドリフトが $1/r$ 型の特異性を原点のまわりでもつことである[11] この特異性は、原点近傍でデカルト座標または円柱座標 $(R=R_0-r\cos\theta-\phi, z=-r\sin\theta)$ へ移ることによってとり除く

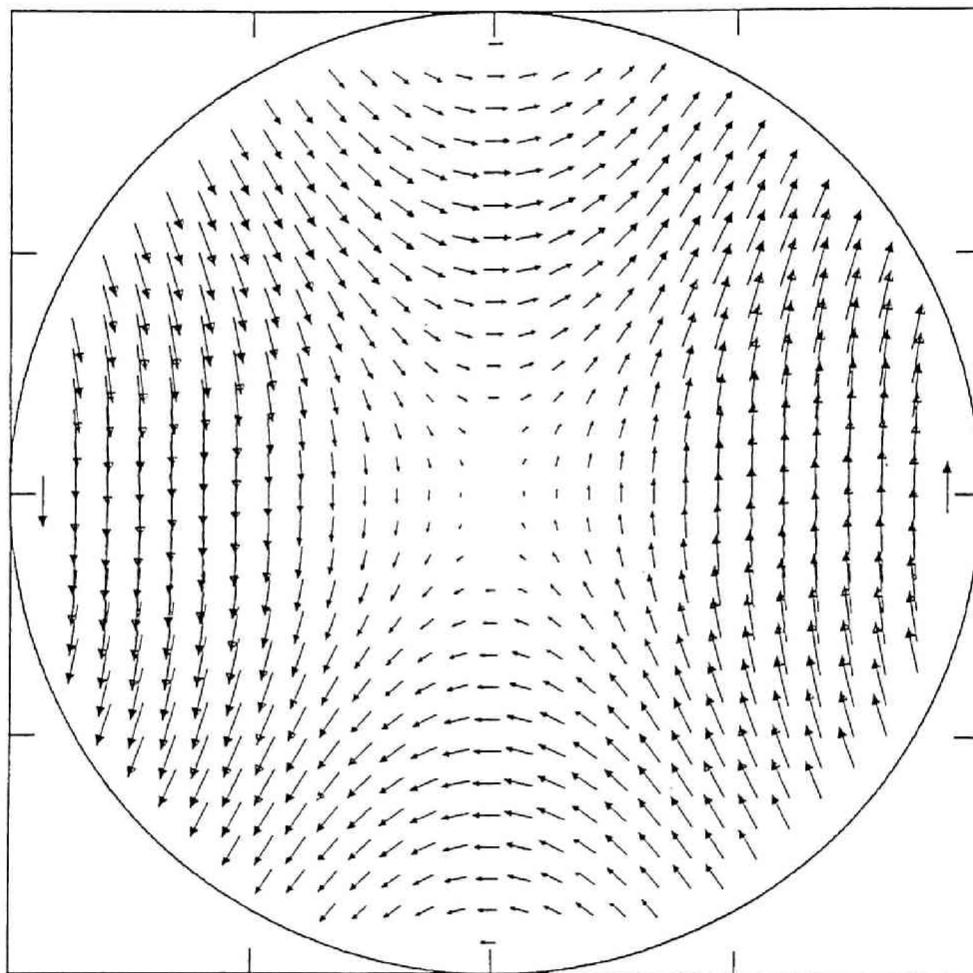


図3 1 ドリフト ベクトル \vec{D} のヘリカル対称部。ヘリオトロンE配位 ($\ell=2$, $\gamma=1.3$, $\alpha^*=0$)。実線の円は計算境界を表し、その半径は a_c の1.2倍に対応している。

b. ドリフト最適化

トロイダル・ヘリカル配位におけるドリフト軌道に関する従来の理論的研究は、ビオサバール則に基づいたものを除いて、「トロイダル磁場成分と結果として生じるトロイダルドリフトがトカマクと同じである」と暗黙に仮定しているものが多い。この仮定は、古典的なステラレータでは成り立つかもしれないが、ヘリオトロン型磁場では妥当であるかどうか確認する必要がある。

field-splittingの特長は、このスキームがドリフト速度に含まれるヘリカル対称およびトロイダル摂動部を〈独立に〉ベクトル場として視覚化できることにある。式(3.13)から、無次元化ドリフト $\vec{D}(\vec{x})$ は、つぎのように書ける

$$\vec{D}(\vec{x}) = \vec{D}^{(0)}(\vec{x}) + \vec{D}^{(1)}(\vec{x}) = \frac{\vec{V}_D}{U_{tor}} \quad (3.17)$$

$$U_{tor} = \frac{v^2}{2\omega_{c0}R_0} (1 + \lambda^2) \quad (3.18)$$

ここで、 $\vec{D}^{(0)}$ と $\vec{D}^{(1)}$ は、 $\vec{D}(\vec{x})$ の主要（対称）部と残余（非対称）部を表す。特長的な速度 U_{tor} は、いわゆる「トロイダルドリフト」である。もし、磁場 B がトロイダルソレノイドだけから生成されていると、すなわち

$$\vec{B} = \hat{\phi} \frac{B_0}{1 + r/R_0 \cos \theta} \quad (3.19)$$

であるならば、ヘリカル対称部と非対称部は、それぞれ、

$$\vec{D}^{(0)}(\vec{x}) = 0, \quad \vec{D}^{(1)}(\vec{x}) = \hat{z} \quad (3.20)$$

に帰着する。ここで、 \hat{z} は単位垂直ベクトルである。このとき、ドリフト速度 \vec{V}_D の大きさは、単純トーラスのトロイダルドリフト速度 U_{tor} に帰着する。

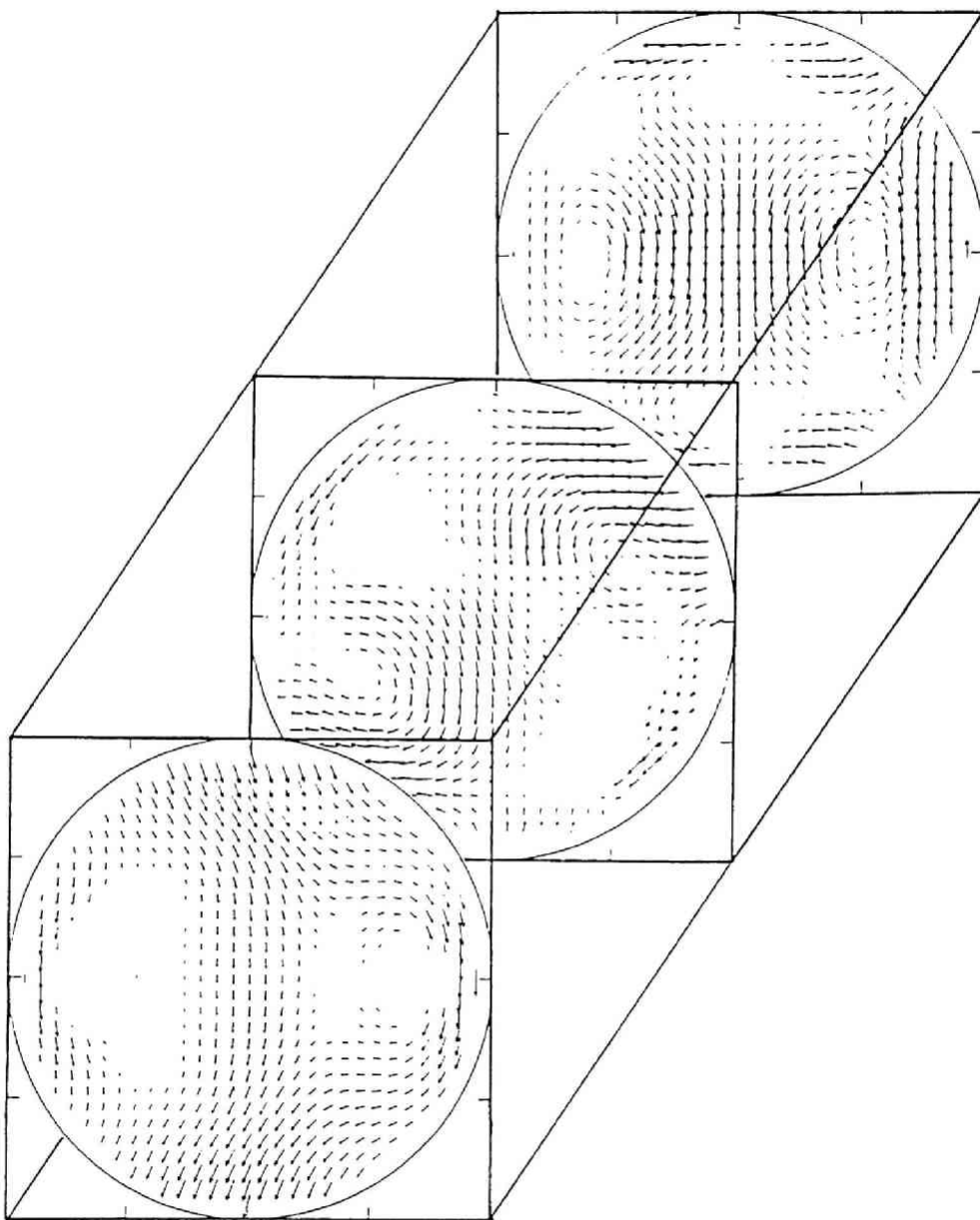


図3 2 ドリフト ベクトル \vec{D} のトロイダル振動部。ヘリオトロン配位 ($\ell=2$, $\gamma=1.3$, $\alpha^*=0$)。場の半周期 ($L/4$) 中の三つのポロイダル面上のパターンを示す。計算条件は図3.1 に同じ。

ヘリオトロンにおける非対称ドリフトの起源は、トカマクおよび古典的ステラレータ－の場合と本質的に異なる。あとの二つの配位では、非対称ドリフトへの支配的な寄与は、TFコイルがつくるトロイダル磁場成分、つまり式(3.19)の B_ϕ に含まれる曲率および ∇B から生まれる。これに対して、ヘリオトロンでは、摂動ドリフトはヘリカル巻線をトーラスに曲げた効果を通じて生まれる。ヘリオトロン磁場では、トロイダル磁場 B_t もトロイダル磁場 B_ϕ と共に一組のヘリカル巻線から作られることに注意する。ヘリオトロン配位では、TFコイルは無しに済ませられる；あるいは、せいぜい補助的な役割を果たすにすぎない。したがって、ヘリオトロンにおける摂動ドリフトは、トカマクやステラレータ－の場合と異なっている。

図3-2は、Heliotron E配位の摂動ドリフト（非対称部）を三つの異なった子午面上で描いたものである。軸の付近に限れば図3-2の摂動ドリフトは、トロイダル・ドリフト、 $U_{tor} \hat{z}$ に似ている。しかし磁気面の周辺部では、それは実質的な変形を受けていることがわかる。さらに、最外殻磁気面の外では、軸対称系のトロイダルドリフトとは全く異なった様相を呈している。すなわち摂動ドリフトは一様な垂直ドリフトでなく、“渦”のような構造をもつ。“渦”の中心は磁気面の周辺部にある。図3-3に示したのは、摂動ドリフトのトロイダル平均を式(3.10)から求めたものである。比較のために、式(3.19)のトロイダルソレノイド磁場がつくるドリフト $\overline{D^{(1)}}$ 、つまり一様な垂直ドリフトを図3-4にリファレンスとして示した。この比較から、ヘリオトロンE配位では、トロイダルドリフトがトロイダルソレノイド(TFコイル)のつくるものより周辺部で平均的に弱くなっていることがわかる。

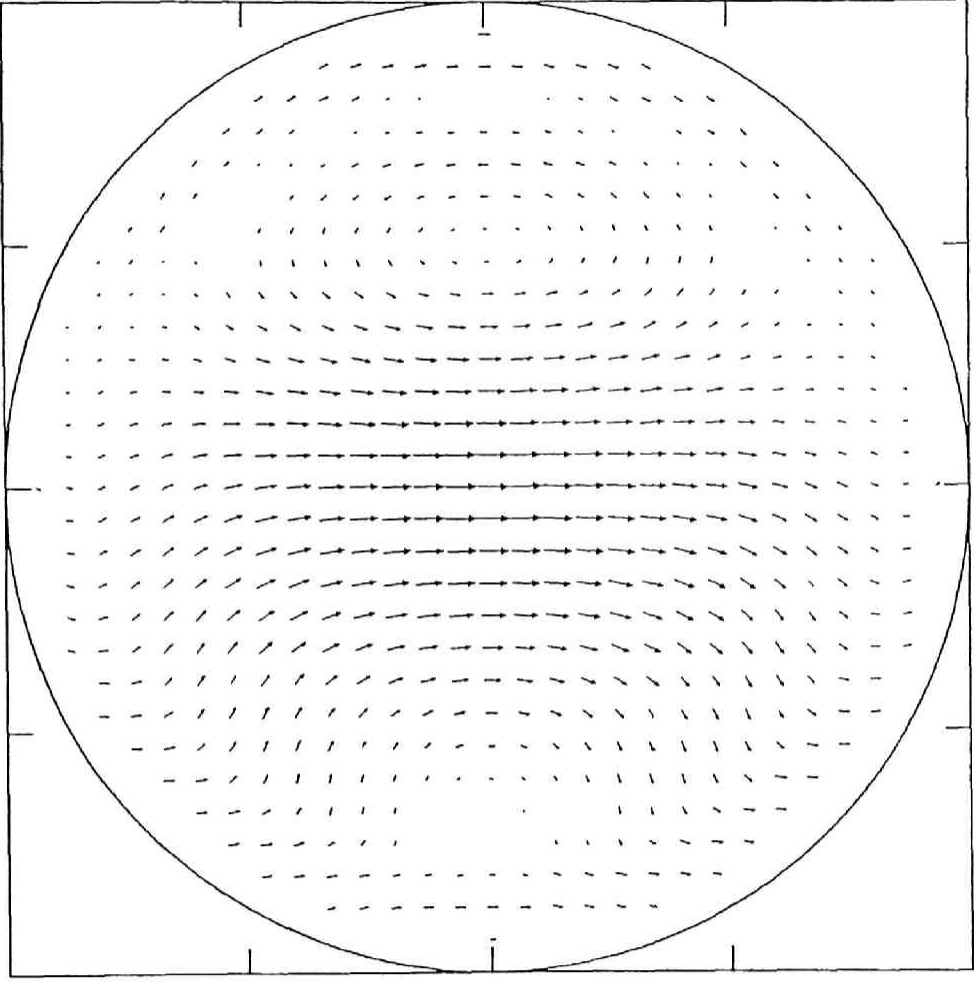


図3 3 振動ドリフト $\overline{D^{(1)}}$ のトロイダル平均。ヘリオトロン配位 ($\varrho = 2$, $\gamma = 1.3$, $\alpha^* = 0$)。計算条件は図3.1に同じ。

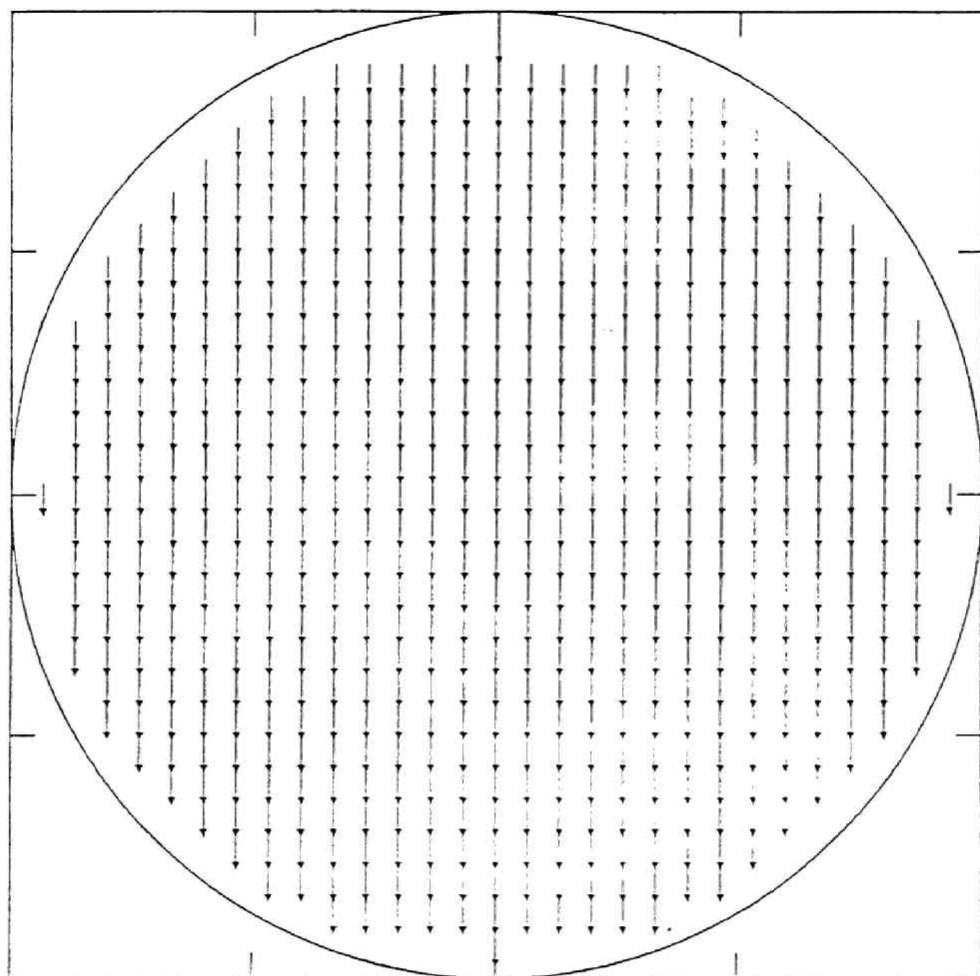


図3.4 トロイダル ソレノイド磁場のドリフト（トロイダル ドリフト）。

§ 3. 4 効率 精度・適用限界および一般性

二段階の field-splittingスキームの計算速度を調べた。新しいスキームを導入することによってどの程度の高速化が達成されたかを評価するために、field-splittingスキームと直接法（ビオ・サバル則）の計算速度を比較した。この比較は、粒子の追跡に費やされる（PII時間ではなく、場の量を一回計算するあたりに費やされる（CPII時間）を測ることにより行った。その理由は、粒子の追跡に費やされる（CPII時間）では、客観的な比較が困難であることによる。すなわち、ドリフト軌道を追うのに必要な計算時間は、粒子の種類、磁場の複雑さ、もちいるODE solver など多くの因子に依存する。リファレンスとして、一段階の三次元線形内挿法（trilinear interpolation）との比較もおこなった；一段階の三次元線形内挿法は、理論的にすべての内挿法の計算速度の下限をあたえるべきものである。比較の結果を表3. 2に掲げた。この比較は FACOM M200 計算機でおこなった。field-splittingスキームは、直接法に比べて100 倍以上速かった。二段階（field-splitting）スキームの実行時間が、一段階・線形内挿法の実行時間に接近していることに注意してほしい。表3. 2の比較は、単一線電流についての性能比較である。ヘリカル コイルを複数の線電流で表す場合には、直接法の計算処理時間はさらに増すのに対して内挿法では変わらないことに注意する。

次に新しいスキームの精度について述べる。field-splittingスキームの内挿値は、グリッド点上では、直接法で求めた値と計算機のまるめ誤差のオーダーまで一致する。field-splittingスキームの打ち切り誤差は、各々の三次元セルの幾何学的中心に近くで局所的な最大値をとる。field-splittingスキームの精度を、直接法と比較してもとめた。誤差の局所的最大値は、トーラスの小軸で最小値をもち、ヘリカル線電流のところで最大値をもつ。field-splittingスキームは、他の内挿法と同様に、グリッド幅を小さくする極限で収束する。ここで本質的なことは、field-splittingスキームの収束性が一段階 線形内挿よりも速いことにある。

ここで発展させた二段階内挿スキームの可能な一つの弱点は、このスキームが完全に非対称な場においては、効率的には働かないであろうことである。もし非対称性の程度が大きすぎると、残余Rは主要部Pと同程度になったり、またある場合には主要部よりも大きくさえなる。このような極端な場合には、field-splittingスキームの精度は、通常の一段階 線形内挿の性能にまで落ちてしまう。（注：逆にいえば、どんなたちの悪い〈場〉に対しても、少なくとも線形内挿の精度はでる。）なぜならば、残余Rの打

表3 2 相対CPU時間の比較

方 法	相対CPU時間
ビオ サバールの式の積分	169
Field-splitting scheme	1
三 次 元 線 形 内 挿	0.75

注. ビオ サバールの式の積分は, トーラス1周あたり400ステップの刻み幅を使った。

切り誤差がQの誤差をさめるからである。このような例外的な場合には、従来の高次の三次元内挿法を使うほうが適当である。しかし幸い、ステラレーターやバンビー・トールスなど、多くの実用上重要な磁場配位は、隣接した対称性をもっており、非対称の程度は通常弱いから、せいぜい中程度である。

§ 3. 5 第3章のまとめ

非軸対称トールス プラズマ中の荷電粒子のドリフト軌道を効率よく計算できる三次元内挿スキームを開発した。新しい内挿スキーム (field-splitting scheme) は、与えられた非対称三次元場を対称部 (2D) と非対称部 (3D) とへ分解するアルゴリズムにもとづいている。この計算スキームは、高速で正確なドリフト軌道の追跡を可能にするだけでなく、対称性を破る摂動の影響を直接しらべる手段を解法の一部としてもたらし。

現在までに、field-splittingスキームを真空ヘリオトロン磁場とWVII-Aステラレーター磁場中の磁力線と荷電粒子のドリフト軌道の計算に応用しその有効性を確かめた。しかし、ここで発展させた計算スキームは、さまざまなタイプの非対称性をもった三次元場におけるより広い物理的問題にも応用できる可能性がある。磁力線とドリフト軌道の計算に必要なデータは、三次元グリッド上のBと ∇B の値だけである。これらの値がインプットとして十分に正確に与えられているならば、ここで提案したfield-splittingスキームを適用できることになる。たとえば、このスキームは、三次元MHD平行コードのアウトプットを利用することにより、有限ベータの配位にも適用できる。ここで開発した案内中心軌道コードは、ドリフト軌道に関連した現象——速度空間におけるロスコーンの問題や熱イオンの新古典輸送そして高速イオンの減速過程など広い問題に応用できる。また、field-splittingスキームを適用することによりHeliotron E配位で見つかったドリフト場の渦構造は、三次元磁場配位のドリフト最適化 [12-14] の可能性を示唆するので、ここで開発したコードは、ドリフト最適化の研究にも有力な手段になるだろう。

文 献

- [1] A.H.Boozer: Phys. Fluids 23 (1980) 904.
- [2] A.H.Boozer: Phys. Fluids 25 (1982) 520.
- [3] G. Kuo-Petravic, A.H.Boozer, J.A. Rome and R.H.Fowler:
J. Comput. Phys. 51 (1983) 261.
- [4] W.Dommaschk: Z. Naturforsch 36a, 251 (1981); IPP O/38 (1978).
- [5] S.Yoshikawa: APS 25th Annual Meeting, San Diego (Nov. 1983).
- [6] A.I.Shestakov and A.A.Mirin: J. Comput. Phys. 56 469 (1984)
- [7] C. Gourdon, G. Lemarie, F. Roche, J.L.Soule: "Un Programme
optimise de Calculs numeriques dans les configurations
magnetiques toroidales", Rep. EUR-CEA-FC-449 (1968)
- [8] R.E.Potok, P.A.Politzer and L.M.Lidsky: Phys. Rev. Lett.
45 (1980) 1328.; Also "Particle Confinement and Diffusion
in Torsatrons", PFC/PR-80-15 (1980).
- [9] K.Hanatani and K.Uo: "A 3D algorithm for calculating drift
orbits in nonaxisymmetric toroidal devices", Proc.
US-Japan workshop on 3D MHD Studies, ed. B.A.Carreras,
(Oak Ridge Tennessee, May 1984) p.7.
- [10] J.R.Cary: Phys. Fluids 27 (1984) 119.; J.R.Cary: Phys. Rev.
Lett. 49 (1982) 276.
- [11] M. Mori: "On the Superiority of the Trapezoidal Rule for
the Integration of Periodic Analytic Functions",
Memoirs of Numerical Mathematics, No.1, (1974) 11-19.
- [12] G. Kuo-Petravic: J. Comput. Phys. 52 1983 209.
- [13] W II-A Team and W.Lotz: Proc. 9th Europ. Conf. Controlled
Fusion and Plasma Physics, Oxford, 1979, (UKAEA Culham Lab.,
Abington, 1979) Vol.1, p.81.
- [14] H.E.Mynik, T.K.Chu, A.H.Boozer: Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 322.
- [15] K.C.Shaing, S.A.Hokin: Phys. Fluids 26 (1983) 2136.

第4章 高速イオンの生成過程

本章から、ヘリカル配位におけるNBI加熱のモデル化に取り組んでゆく。序論で列挙したようにNBI加熱の物理は、①ビーム粒子の吸収、②ビーム・イオンの熱化、そして③ビーム・イオンのドリフト軌道の、三つの過程から成り立っている。この章と以下の章で、各々の物理過程の数値モデルをつくり、それぞれの過程におけるビーム・パワーの損失要因について考察してゆく。この章では、まず〈ビーム粒子の吸収〉の部分のモンテ・カルロ・モデルをつくる。ここで中性粒子ビームの吸収効率、つきぬけ損失や、高速イオンの初期生成分布（デポジション：birth deposition profile）[1]などが三次元的に計算できるようになる。第5章では、〈ビーム・イオンの熱化〉の部分のモンテ・カルロ・モデルをつくる。第6章と7章では、これらのモンテ・カルロ・モデルを前章のドリフト軌道モデルと結合して高速イオンの減速過程の総合的なシミュレーションができるようにする。

§4-1 高速中性粒子入射

a. イオン源とビーム・ライン

中性の高エネルギービームをつくるために、まずイオンビームを望ましいエネルギーに加速したのち、それを中性粒子ビームに変換する。中性ビームへの変換は、イオンビームを水素（あるいは重水素）のガスを充填した中性化セルを通すことにより行う。中性化セルを通過すると、イオン・ビームは荷電交換によって中性粒子ビームに変換される。このときの変換効率を「中性化効率」という。得られた中性粒子ビーム束の大きさは、荷電粒子流との類推によって、等価な“電流” I_B のアンペア値として表される。最近のNBI加熱実験の成果は、大電流のイオン源技術の進歩に支えられている。イオン源のハードウェアに課される条件としては、等価電流値が大きいこと、発散角が小さいこと、プロトン比が大きいこと、ビーム中の不純物が少ないこと、実験目的にあうパルス長とサイクル時間がとれること、などがあげられる。Heliotron Eで用いられているイオン源の特性については文献[2]に与えられている。本研究では、主としてNB

I 加熱の物理的側面を扱い、イオン源そのものの技術的側面については立ち入らない。

b. ビーム パワー損失機構の種類

具体的なモデル化に入る前に、Heliotron E プラズマを加熱するためにどれくらいのパワーが必要になるか見ておこう。体積が V_p (l)、平均密度 $\langle n \rangle$ (cm^{-3})、イオンおよび電子温度がそれぞれ T_i と T_e (keV) のプラズマを維持するのに必要なパワー P_{NBI} は、エネルギー閉じ込め時間を τ_E (ms) とすると

$$P_{\text{NBI}} \text{ (kW)} \approx 2.4 \cdot 10^{-13} \frac{\langle n \rangle (T_i + T_e) V_p}{\tau_E} \quad (4.1)$$

とかける。この式は、Heliotron E ($V_p \cong 1.7 \cdot 10^3$ l) で、 $\langle n \rangle = 6 \cdot 10^{13}$ cm^{-3} 、 $T_i = T_e = 1$ keV のプラズマを NBI だけで維持するには、 τ_E を 10 ms と仮定すると、約 1.6 MW のパワーが損失なしに直接イオンと電子に伝達されればよいことを意味する。実際には、いろいろなパワー損失機構が存在するので、上述の温度と密度を維持するには、より大きなパワーを投入しなければならない。ビーム パワーの損失は、大別すると

① 真空容器に入るまでに起こるもの

ドリフト管での損失 (中性化効率、再電離損失)

ポート損失

② 真空容器に入った後に起こるもの

つきぬけ損失 (shinethrough loss)

荷電交換損失 (charge exchange loss)

軌道損失 (orbit loss)

とがある。本研究では、Heliotron E のポートを通過したものの NBI パワーの損失要因について考える。

c. モンテ カルロ モデルの利点

モンテ カルロ法は、ここで考えている非軸対称トーラスにおける NBI 加熱のよう

な多次元的性格をもった複合過程を扱うのに適している [3]。本研究で開発したコード HELIOS (HELical Orbit with Slowingdown/Scattering) は、以下の役割を担ったモジュールから成り立っている。

1	beam	高速イオンの生成分布
2.	Fokker-Planck	背景プラズマとのクーロン相互作用
3.	neutral	背景中性粒子分布の計算
4	orbit	高速イオンのドリフト軌道の追跡
5	CX-spectrum	荷電交換フラックス——実験との対応

なお、背景中性粒子の分布を計算するモジュールは、文献 [4] において円柱プラズマにたいして開発された AURORA コードを、プラズマのかたちがヘリカルにねじれる効果を含むように修正した [5] コード “AURORA-HE” である。

モンテ・カルロ・シミュレーションは、数値実験とみなせるが、実際の実験と異なる利点は、上に並べたような複数のモジュールを自由に組み合わせたり、切り離したりしてシミュレーションを行うことができる点にある。このようにして、加熱の各々の過程が、最終的な結果にどのような影響を与えているかを知ることができる。

非軸対称配位における NBI 加熱の、モンテ・カルロ法による解析のもっとも大きな意義は、orbit モジュールと組み合わせて高速イオンのドリフト軌道の三次元的ふるまいを考慮した解析ができる点で、フォッカー・プランク (Fokker-Planck) 方程式を速度空間で差分化して解く方法にくらべて、ビーム・イオンの減速過程のモデルとしてより現実的であることであろう。そのため、ステラレータや TF (toroidal field) コイルのリップルが無視できないトカマクなど、対称性の破れた配位における NBI の加熱効率やデポジション分布の解析に、モンテ・カルロ・コードが欠かせないツールとして用いられてきた [6-11]。ドリフト軌道追跡モジュールと組み合わせた減速過程の解析については、後の章で詳しく扱う。

この章では、まずモジュール 1 の部分を扱う。高速イオンの初期生成分布を求める問題は、一般に多重積分に帰着する。ところが発散角の有限な入射ビームがヘリオトロンのような三次元プラズマを任意の角度で貫く場合には、初期生成分布を解析的に積分することは不可能に近い。そこで本論文では、モンテ・カルロ法を採用してこの問題を解

く。すなわち、イオン源から多数のテスト粒子を飛ばして追跡し、プラズマ粒子との衝突を乱数をもちいて模擬して高速イオンの電離点を決めることによって、高速イオンの初期生成分布や吸収効率 η_{abs} をもとめる[12-15]。モンテカルロ法を使うと、多重積分を行うふつうの数値計算法に比べて、三次元的な磁気面のかたちや入射ビームの幾何光学的性質（焦点距離、発散角など）を、柔軟にモデル化でき計算時間も短い。

d. 吸収効率とデポジション分布

入射ポートを通りぬけてトーラス容器内に飛び込んだ高速中性ビーム粒子は、真空磁場と周辺部の薄いプラズマを横切り、標的プラズマ内へ直進する。プラズマに入った高速ビーム粒子は、プラズマ中のイオン、電子そして不純物イオンによる衝突をうけて“電離”される。高速ビーム粒子が担っている運動エネルギー（ $\gg 3/2 T_i$ ）を、プラズマの加熱に効果的に役立てるためには、中性ビーム粒子をできるだけ標的プラズマの中心部で吸収させたほうがよい。ビームの入射エネルギー E_0 の最適な値は、主としてプラズマの中心部に高速イオンをデポジット（deposit）させる条件からきまる。図4-1に高速イオンの発生点の大半径方向のプロフィールを低密度と高密度の場合について示す。高密度の場合には、ビームの浸透が十分ではなく、電離点がトーラスの外側（図の右）に集中していることがわかる。

高速中性粒子のプラズマ粒子との衝突による“電離”の結果として生じる高速イオンの動径分布を $n_f(\bar{r})$ であらわす。分布 $n_f(\bar{r})$ は、高速イオンのデポジション分布[1]とよばれる無次元形状因子 $H(\bar{r})$ と次のように関連づけることができる

$$n_f(\bar{r}) = \frac{I_B / e}{V_P} H(\bar{r}) \quad (4.2)$$

ここで、 V_P （ $\approx 2\pi^2 R_0 a^2$ ）はプラズマの全体積であり、 \bar{r} は磁気面の平均半径を表す。 I_B は中性粒子ビームの等価電流である。 $H(\bar{r})$ は、プラズマ全体積にわたって積分されたのち V_P で割られるとビームの吸収効率 η_{abs} を与えるように無次元化されている。すなわち

$$\eta_{abs} = \frac{1}{V_P} \int_{V_P} H(\bar{r}) dV \quad (4.3)$$

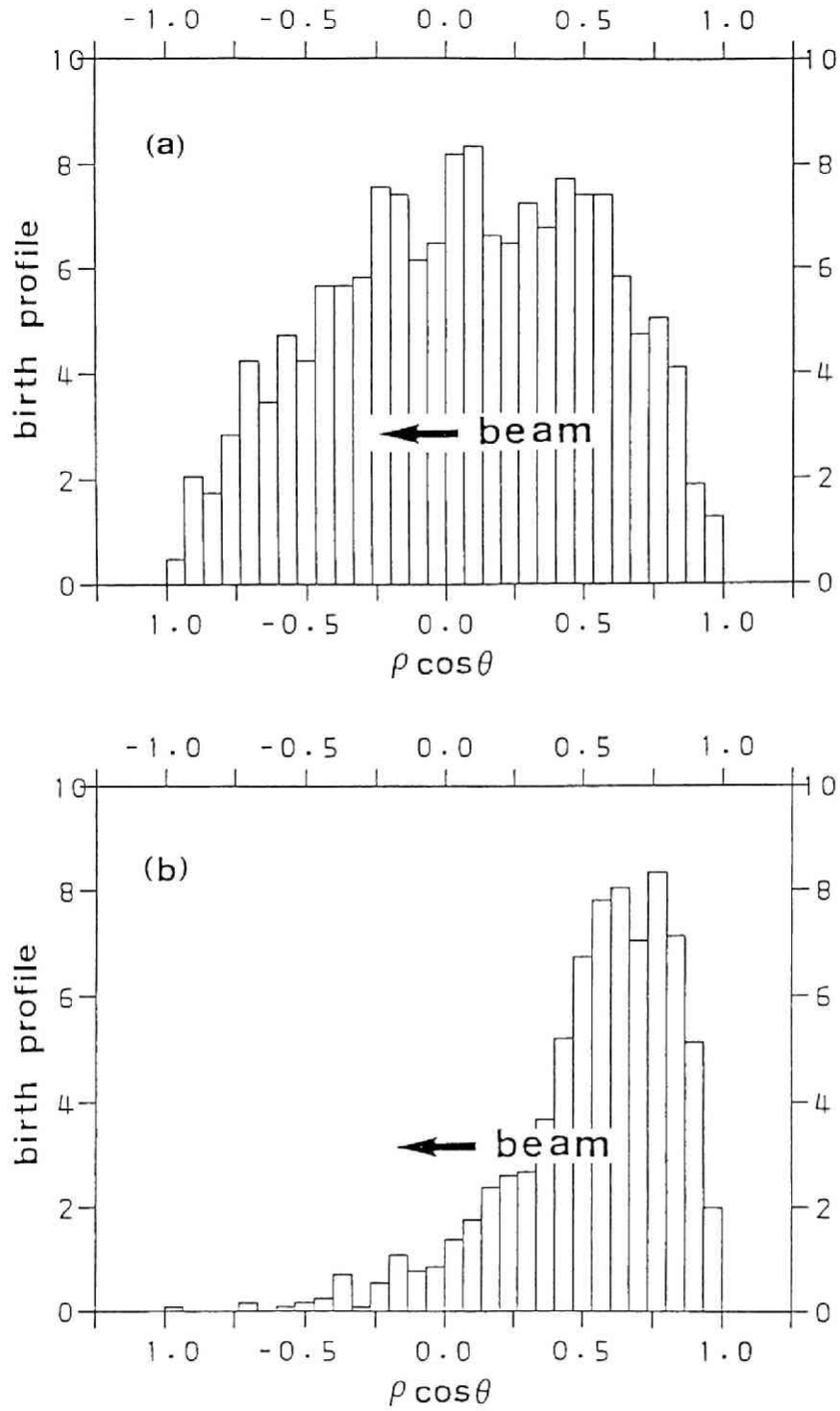


図4 1 中性ビーム粒子の電離点の大半径方向の分布。エネルギー30 keV, H^0 ビーム, 垂直入射 ($\alpha_{inj} = 0, \beta_{inj} = 0$) に対するもの。テスト粒子の電離点の $\rho \cos \theta$ ($\rho \equiv \sqrt{\psi / \psi_b}$) から横軸の座標を決めヒストグラムを描いた。縦軸は arbitrary units である。密度と温度の分布はパラボラとした。 $Z_{eff} = 2$ 。(a) 低密度の場合; $n_e(0) = 3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, $\eta_{abs} \approx 45\%$ 。(b) 高密度の場合; $n_e(0) = 3 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, $\eta_{abs} \approx 100\%$ 。

が成り立つ。ビームの吸収効率 η_{abs} とは、「プラズマに吸収されたパワーをポート通過パワーで規格化したもの」である。このとき、つきぬけ損失は $1 - \eta_{\text{abs}}$ で与えられる。デポジション分布 $H(r)$ は、①中性ビームの電離断面積をきめるプラズマ・パラメーター (n_e, Z_{eff}, T_e)、②入射エネルギー E_0 、③イオン源の光学的性質 (発散角 θ_i/e 、焦点距離 l_f 、電極の形状および大きさ)、そして④ビームラインと標的プラズマの幾何学的関係など多くの要素に依存する。デポジション分布は、加熱の最適化やエネルギーバランスの解析の基礎となる。

ここでポートを通過したビームパワーのうち、どれくらいの割合がHeliotron Eプラズマに吸収されるか概算してみよう。高速中性ビーム粒子は、プラズマ構成粒子 (イオン、電子、不純物) との衝突により“電離”されプラズマ中で減衰する。簡単のためプラズマは一様とし、入射ビームは発散の無いペンシル・ビームを考える。中性粒子ビームの強度 I_B は距離 l の関数として指数的減衰の式、

$$I_B(l) = I_B(0) \exp\left(-\frac{l}{\lambda}\right) \quad (4.4)$$

で表される。 λ は高速中性粒子の〈電離にたいする平均自由行程〉であり、つぎの式で与えられる。

$$\lambda = \frac{1}{n_i \sigma_i + n_{\text{imp}} \sigma_{\text{imp}} + n_e \sigma_e} = \frac{1}{n_e \sigma_T} \quad (4.5)$$

上式で、 n_i と n_{imp} は、それぞれ水素同位体イオンと不純物イオンの密度を表す。 n_e は電子密度である (断面積 σ に関しては、付録1を参照)。一種類のバルクイオンと一種類の主要な不純物イオンからなるプラズマを考えると、 $n_i = n_e (Z_{\text{imp}} - Z_{\text{eff}}) / (Z_{\text{imp}} - 1)$ 、 $n_{\text{imp}} = n_e (Z_{\text{eff}} - 1) / (Z_i^2 - Z_{\text{imp}})$ の関係がある。ここで $Z_{\text{eff}} = (n_i + n_{\text{imp}} Z_{\text{imp}}^2) / n_e$ 。

入射エネルギー $E_0 \approx 30 \text{ keV}$ の水素ビームに対して、 σ_T の値は約 $5.3 \times 10^{-16} \text{ cm}^2$ だから、平均的な密度を $\langle n_e \rangle$ を $3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ とすると、 $\lambda \approx 50.5 \text{ cm}$ になる。このとき、Heliotron Eの平均プラズマ直径 ($2a \sim 40 \text{ cm}$) に対して、吸収

効率の概算値として $\eta_{\text{abs}} \cong 1 - I_{\text{B}}(2a/\lambda) / I_{\text{B}}(0) = 1 - \exp(-0.8) \approx 55\%$ を得る。また、平均密度 $\langle n_e \rangle = 5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ のときは、 $\eta_{\text{abs}} \approx 74\%$ になる。残りの 26% は、プラズマをつきぬけて真空容器壁に失われる。実際にはプラズマの密度分布は一樣ではなく、ビームも有限な拡がりを持っているので、ビームの吸収を厳密に評価するには、以下の節で述べる、より現実的な計算モデルを使わねばならない。

§ 4 2 入射ビームの幾何光学

この節では、どのように入射ビームをモデル化したかについて述べる。入射ビームのモデル化に必要なパラメーターは

ビボット点と入射角

ビームの焦点距離と発散角

イオン源の最終電極の形と大きさ

入射ポートの形と大きさ

である。以下では、このようなパラメーターを考慮して入射ビームのモデルをつくり、ビームの吸収効率 η_{abs} や高速イオンの初期生成分布 $H(\vec{r})$ を計算する。

a. 中性ビーム粒子の軌道

モンテカルロ法では、多数のテスト中性粒子を追跡し、プラズマ中のどの位置でテスト粒子が電離するかを調べて、高速イオンの初期生成分布をもとめる。インジェクター面上の発生点 (x_0, y_0, z_0) からプラズマ中の“電離点” (x_*, y_*, z_*) にいたるまでの中性ビーム粒子の軌道は、磁場の影響が無視できるので、直線の式

$$\frac{x - x_0}{\omega_x} = \frac{y - y_0}{\omega_y} = \frac{z - z_0}{\omega_z} = l \quad (4.6)$$

で与えられる。ここで $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ としは、ビーム粒子の方向余弦と飛行距離である。求めたい高速イオンの発生点 (x_*, y_*, z_*) は、式(4.6)で

- ① x_0, y_0, z_0 : ビーム粒子のインジェクター面上での出発点。
- ② $\omega_x, \omega_y, \omega_z$: ビーム粒子の方向余弦。
- ③ l_* : 出発点から電離点までの飛行距離。

が与えられると計算できる。これら①、②、③は、おのおのの粒子ごとに異なった値をとる確率変数である。①出発点と②方向余弦は、入射ビームの幾何学および幾何光学的

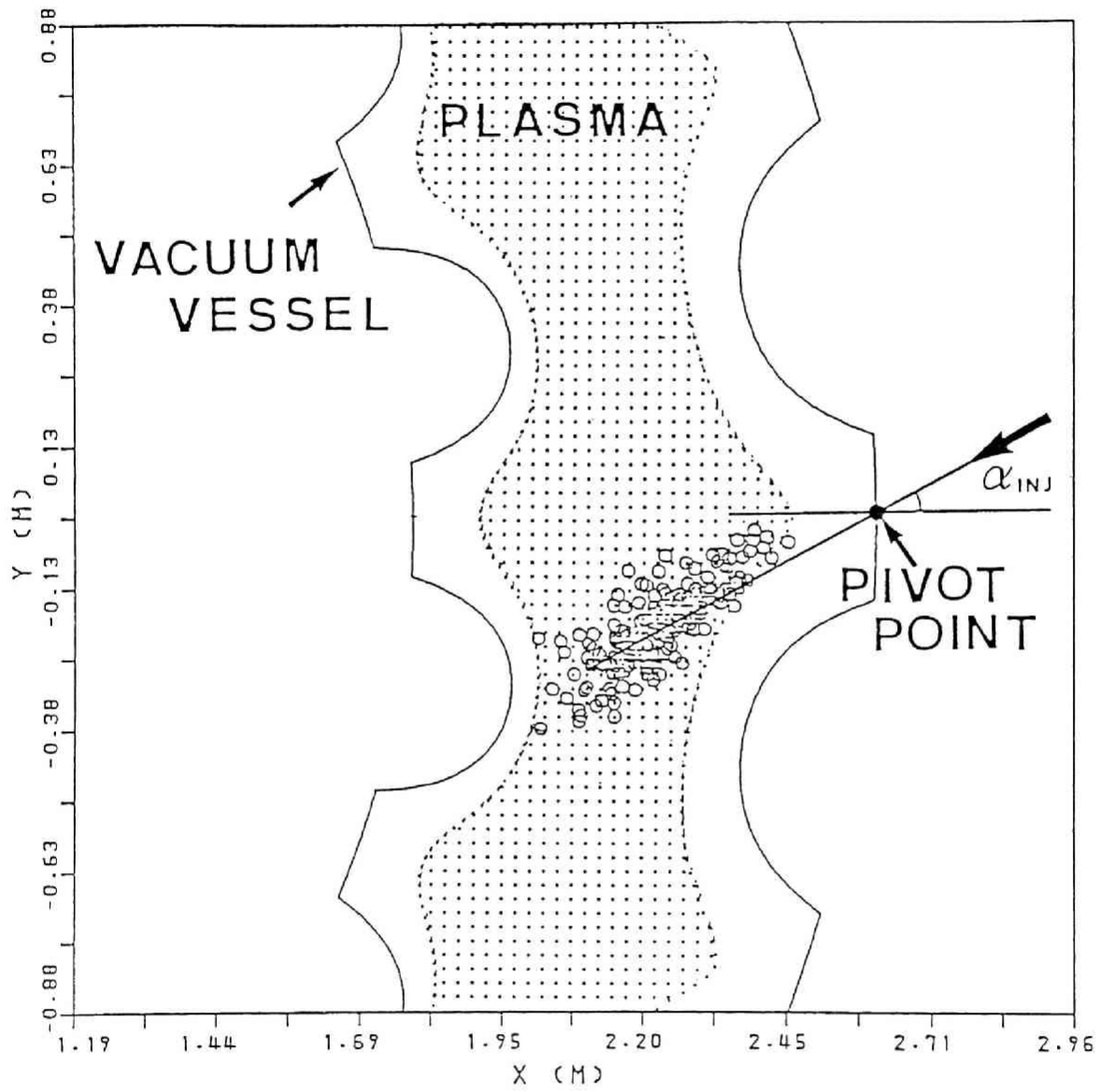


図4 2 中性粒子ビームと Heliotron E プラズマの位置関係を示す平面図。入射角 α_{inj} が 28° の場合。図中の丸い点は、モンテカルロ法で求めた高速イオンの生成点を示す。実線は真空容器 (vacuum vessel) 壁を示す。

条件からきまり、③飛行距離は、ビーム パスにそっての中性ビーム粒子とプラズマ粒子の相互作用できまる。以下において、これら①、②、③をビームの有限幅と発散角を考慮して乱数をもちいて決める方法について順番に説明する。

b 入射角とピボット点

標的プラズマに対する入射ビームの空間的配置を定義するために、“ピボット点”と呼ばれる点を導入しよう。ピボット点は、入射ビームのトーラス容器への進入路をきめる点であり、イオン源の光軸上に存在し、通常は入射ポートの中心あたりに設定されることが多い(図4 ²参照)。ピボット点の位置は、擬トロイダル座標 $(r_{piv}, \theta_{piv}, \phi_{piv})$ で指定するのが便利である。トーラス主軸上に原点を据えるデカルト座標では、

$$\begin{aligned} X_{piv} &= (R_0 + r_{piv} \cos(\theta_{piv})) \sin(\phi_{piv}) \\ Y_{piv} &= (R_0 + r_{piv} \cos(\theta_{piv})) \cos(\phi_{piv}) \\ Z_{piv} &= -r_{piv} \sin(\theta_{piv}) \end{aligned} \quad (4.7)$$

であらわせる。ピボット点は、インジェクターに固定した座標をプラズマに固定した座標へ変換するとき要となる役割をはたす。

ピボット点が与えられると、ビームの方向を決める角度——入射角——を指定することにより、イオン源のターゲット、プラズマに対する幾何学的関係が定まる。一般に三つの入射角が必要になる(図4 ³参照)。これら三つの入射角を $\alpha_{inj}, \beta_{inj}, \gamma_{inj}$ とし、それぞれ次のように定義する。第一の角 α_{inj} は、ピボット点を通るトーラスの子午面 ϕ_{piv} とイオン源の光軸とがなす角とする。ピボット点がトーラスの赤道面上にある場合には、角度 α_{inj} は入射ビームの水平方向(トロイダル方向)のふれを表す。つぎに第二の角 β_{inj} は、ピボット点を通り赤道面と平行な面 $z = Z_{piv}$ とイオン源の光軸とがなす角とする。つまり β_{inj} は、入射ビームの垂直方向のふれを表す角である。最後に第三の角 γ_{inj} として、光軸まわりの回転角がある。 γ_{inj} は、ビーム粒子の強度分布が光軸に関して回転対称でない場合に指定しなければならない。Heliotron E にもらっているイオン源の電極は円形であるので、本論文では第三の角 γ_{inj} を特に指定しない。

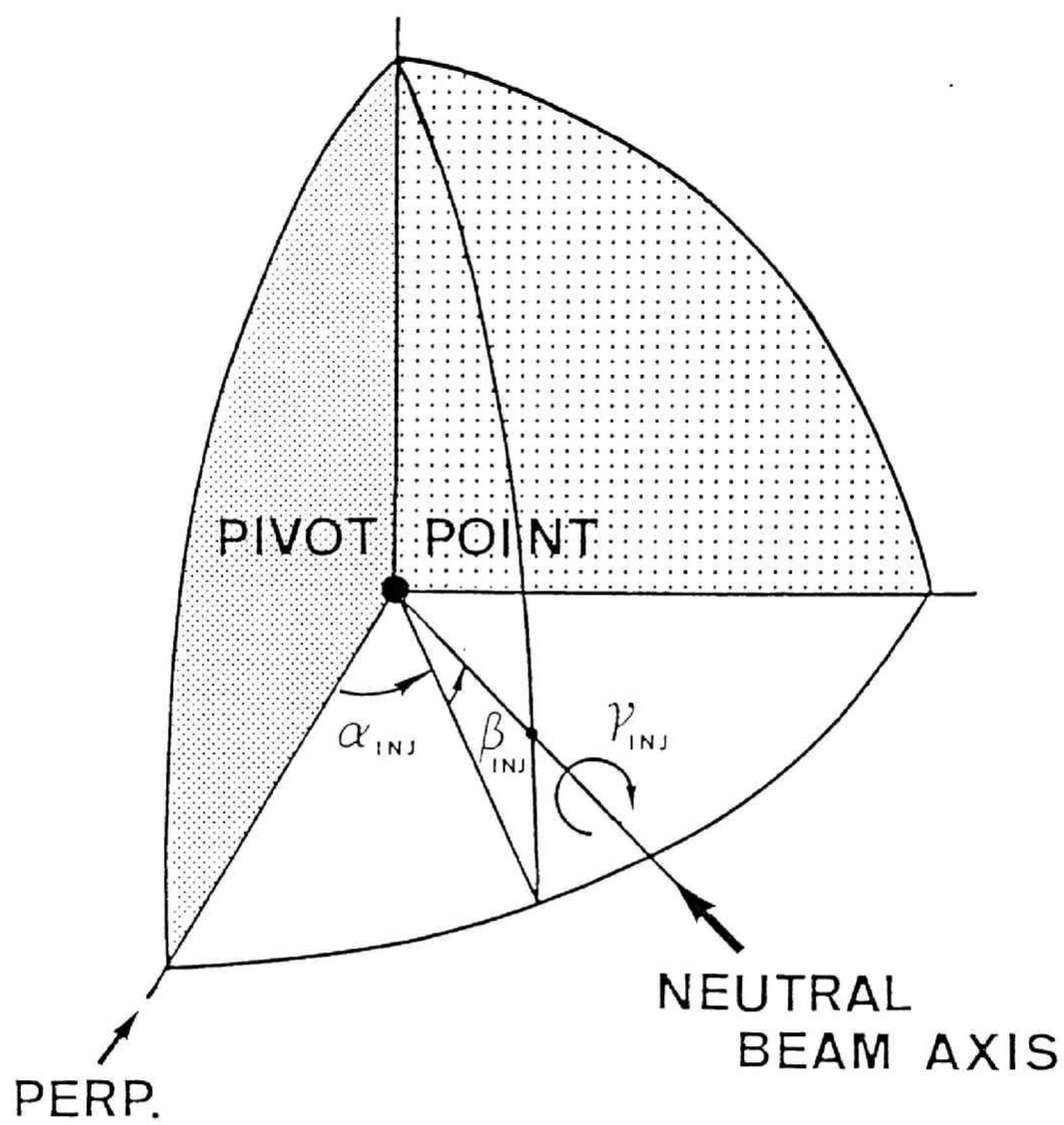


図4 3 ピボット点と入射角 α_{inj} , β_{inj} , γ_{inj} の関係。

現実のイオン源では、ビーム粒子は、「多孔グリッド」(multi-aperture grid)とよばれる最終電極にあけられた多数($\sim 10^3$)の小さい孔を通して引きだされてくる。すなわち、一基のイオン源から発する入射ビームは、各々の光軸がビームの焦点を通るような多数の「ビーム・レット」(小ビーム)の集合体である。多孔グリッドの表面は、焦点を中心とし焦点距離 l_f を半径とする球面上に乗るように工作されている。個々のビーム粒子の軌道を決める準備として、まずビーム・レットのインジェクター面での位置 X_0, Y_0, Z_0 とビームレットの方向余弦($\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$)を決めよう。

定義によりビームレットの位置(X_0, Y_0, Z_0)は、焦点(X_f, Y_f, Z_f)からベクトル($\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$)の方向に、距離 l_f だけイオン源側に戻った点に位置する。すなわち、

$$\begin{aligned} X_0 &= X_f - l_f \Omega_x \\ Y_0 &= Y_f - l_f \Omega_y \\ Z_0 &= Z_f - l_f \Omega_z \end{aligned} \quad (4.8)$$

と書ける。ビームの焦点は、ピボット点の近くに選ばれていることが多い。ここで、ビーム・レットの光軸の方向余弦 $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ は、次式であたえられる。

$$\begin{aligned} \Omega_x &= -\cos(\beta_{inj}') \cos(\alpha_{inj}' - \phi_{piv}) \\ \Omega_y &= -\cos(\beta_{inj}') \sin(\alpha_{inj}' - \phi_{piv}) \\ \Omega_z &= -\sin(\beta_{inj}') \end{aligned} \quad (4.9)$$

上式のプライム付きの角度 α_{inj}' と β_{inj}' は、ビーム・レットの“入射角”である。これらの角 α_{inj}' と β_{inj}' は、イオン源の最終電極の有限な大きさの為に、一般に入射ビーム自身の入射角 $\alpha_{inj}, \beta_{inj}$ のまわりに、それぞれ、微小角 $\delta\alpha_{inj}, \delta\beta_{inj}$ だけずれている。すなわち、

$$\begin{aligned} \alpha_{inj}' &= \alpha_{inj} + \delta\alpha_{inj} \\ \beta_{inj}' &= \beta_{inj} + \delta\beta_{inj} \end{aligned} \quad (4.10)$$

のように書ける。 $\delta\alpha_{inj}$ と $\delta\beta_{inj}$ の表式は、のちに電極の大きさを考慮して与える。発散角が有限のとき、式(4.9) であたえられるビーム レットの方向余弦 Ω_x , Ω_y , Ω_z は、各々の粒子の方向余弦 ω_x , ω_y , ω_z と（その差は小さいが）区別しなければならないことを注意しておく。もちろん、ペンシル ビームのときには、 $\delta\alpha_{inj} = \delta\beta_{inj} = 0$ となり、式(4.9) は、入射ビーム自身の光軸の方向余弦に帰着する。

c. テスト中性粒子の発生

さて、テスト粒子の出発点 (x_0 , y_0 , z_0) を決めよう。そのためには、式(4.10) の $\delta\alpha_{inj}$ と $\delta\beta_{inj}$ を具体的に与えればよい。現実のインジェクター面でのビーム粒子の発生強度の非一様性は十分小さい（例えば、Heliotron E に使われているイオン源では5%以下）ので、各ビーム レットの微細構造をぬりつぶす近似が許される。そこで計算では、インジェクター面（面積 $\approx \pi r_{grid}^2$ ）が、ピボット点上に張る立体角内に一様に分布する α_{inj} , β_{inj} を与えるように $\delta\alpha_{inj}$ と $\delta\beta_{inj}$ をサンプルする。すなわち、

$$\begin{aligned}\delta\alpha_{inj} &= \xi \theta_{inv} \cos(2\pi\xi') \\ \delta\beta_{inj} &= \xi \theta_{inv} \sin(2\pi\xi')\end{aligned}\quad (4.11)$$

$$\theta_{inv} = \tan^{-1}\left(\frac{r_{grid}}{l_f}\right) \cong \frac{r_{grid}}{l_f}\quad (4.12)$$

ここで、 ξ は一様乱数 ($0 \leq \xi, \xi' < 1$) であり、 $[\cos(2\pi\xi'), \sin(2\pi\xi')]$ は、2次元・単位ランダム・ベクトルである。上に述べた近似の下で、今後、本論文では、確率変数 X_0 , Y_0 , Z_0 （ビーム・レットのインジェクター面上の位置）と x_0 , y_0 , z_0 （ビーム粒子のインジェクター面での初期位置）とを同一視する。結局、式(4.9) で Ω_x , Ω_y , Ω_z がきまり、式(4.8) をもちいてビーム レットのインジェクター面上での位置 X_0 , Y_0 , Z_0 , つまりビーム粒子の初期位置 x_0 , y_0 , z_0 がきまる。

つぎに、あたえられた巾と発散角をもって分布するテスト粒子のあつまりを、インジェクター面上で発生させる方法についてのべる。個々の粒子の方向余弦 ω_x , ω_y , ω_z をつくりだすと、直線の式(4.6) にそってテスト粒子を追跡する準備がととのう。

計算手順として、まず、インジェクター面に固定した座標系で粒子の方向余弦 (ω_{0x} , ω_{0y} , ω_{0z}) をもとめ、つぎに、これをプラズマ座標系での方向余弦 (ω_x , ω_y , ω_z) に変換する。

ビーム粒子は、インジェクター面上の発生点から、ビーム・レットの“入射角” α_{inj} , β_{inj} のまわりに、ある発散角 $\theta_{1/e}$ をもった分布をなすように飛び出す。すなわち、 ω_{0x} , ω_{0y} , ω_{0z} は

$$\begin{aligned}\omega_{0x} &= \cos \theta && \cong 1 - \frac{1}{2}\theta^2 \\ \omega_{0y} &= \sin \theta \cos \phi && \cong \theta \cos (2\pi \xi) \\ \omega_{0z} &= \sin \theta \sin \phi && \cong \theta \sin (2\pi \xi)\end{aligned} \quad (4.13)$$

であたえる。ここで $(\cos 2\pi \xi, \sin 2\pi \xi)$ は、2次元単位ランダムベクトルであり、 θ は次の関係をみたす微小ランダム角である。

$$\text{平均:} \quad \langle \theta \rangle = 0 \quad (4.14)$$

$$\text{分散:} \quad \sqrt{\langle \theta^2 \rangle} = \theta_{1/e} = \frac{r_{1/e}}{l_r} \quad (4.15)$$

この手順で得られるテスト粒子ビームの径方向の拡がりは、光軸上のビームの焦点で最小となり、その位置で特長巾 $r_{1/e}$ をもつ2次元正規分布をなしている。

つぎに、プラズマ座標系での粒子の方向余弦 (ω_x , ω_y , ω_z) をえるために、式(4.13)でえられた方向余弦 (ω_{0x} , ω_{0y} , ω_{0z}) を2度回転させる。すなわち

$$\begin{pmatrix} \omega_{1x} \\ \omega_{1y} \\ \omega_{1z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\beta_{inj}), & 0, & -\sin(\beta_{inj}) \\ 0 & 1, & 0 \\ \sin(\beta_{inj}), & 0, & \cos(\beta_{inj}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{0x} \\ \omega_{0y} \\ \omega_{0z} \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

$$\begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_{inj} - \phi_{piv}), & \sin(\alpha_{inj} - \phi_{piv}), & 0 \\ -\sin(\alpha_{inj} - \phi_{piv}) & \cos(\alpha_{inj} - \phi_{piv}), & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{1x} \\ \omega_{1y} \\ \omega_{1z} \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

これで、直線の式(4.6)に代入すべき粒子の方向余弦 (ω_x , ω_y , ω_z)が決まった。
つぎに、各ビーム粒子の電離点 (x_* , y_* , z_*)までの飛行距離をきめるアルゴリズムについて説明しよう。

§ 4 3 高速イオン生成分布の計算

いままでに、インジェクター面上でテスト粒子の初期値（発生位置と発射方向）を乱数をもちいて作りだす方法について述べた。つぎにテスト粒子の飛行距離がわかれば、電離点（すなわち高速イオンの発生点）かきまる。この節では、テスト粒子の飛行距離を乱数を使って計算する方法について説明する。そのために、「微分確率密度」と「累積確率密度」とよばれる二種類の確率分布を導入し、テスト粒子の追跡法とデポジション分布を決めるためのウエイトの記録（scoring）法についてのべる。本研究では、テスト粒子の追跡法として

- ① 区分的に一樣なゾーンに分割する方法（path-length estimator）
- ② 擬衝突法（pseudo-collision technique）

のふたつを用いたコードを作成した。

a. テスト粒子の飛行距離の決定

ある中性粒子が、不均一プラズマ中を飛行し始めたとする。この粒子が進行方向に直線距離 l を飛行し終え、つぎの微小距離 dl を飛行中にプラズマ粒子と衝突する確率 $p(l) dl$ は

$$p(l) dl = \frac{1}{\lambda(l)} \exp[-\Lambda(l)] \quad (4.18)$$

$$\Lambda(l) = \int_0^l \frac{dl'}{\lambda(l')} \quad (4.19)$$

であたえられる。ここで $\lambda(l)$ は、粒子の局所的な平均自由行程であり、式(4.5)に与えたように全衝突断面積 σ_T とプラズマの密度 n_e をもちいて、 $\lambda \equiv 1/(n_e \sigma_T)$ で定義される。式(4.18)の $p(l)$ は、「微分確率密度」とよばれ、全区間 $[0, \infty)$ にわたって積分されると1になる関数である。さて、粒子が出発点から距離 l だけ離れた点まで飛行してくるあいだに衝突をおこす確率 $\Gamma(l)$ は、 $p(l)$ を積分することにより

$$\Gamma(l) = \int_0^l p(l') dl' \quad (4.20)$$

であたえられる。この $\Gamma(l)$ は、「累積確率分布」とよばれ、その値域は定義から、 $0 \leq \Gamma(l) < 1$ である。

累積確率分布 $\Gamma(l)$ は、非負関数 $p(l)$ の0から1までの積分であるから、 l について単調に増大する。したがって、累積確率の値 Γ_i をあたえるごとに、ただ一つの飛行距離 l_i が逆関数としてきまる。このとき、一様乱数 ξ' ($0 \leq \xi' < 1$) から Γ をサンプルして l をきめると、微分確率密度 $p(l)$ に比例する出現頻度をもった乱数 l をつくりだせる。すなわち関数式

$$\xi' = \Gamma(l) = 1 - \exp[-\Lambda(l)] \quad (4.21)$$

から飛行距離 l をきめればよい。式(4.21)は、別の一様乱数 ξ をもちいて、 $\xi = \exp[-\Lambda(l)]$ と書き直してもよい。 ξ' が区間 $[0, 1)$ における一様乱数であれば $\xi = 1 - \xi'$ もまたそうだからである。このことから、不均一媒質で、一様乱数 ξ から飛行距離 l をきめる基本式

$$\int_0^l \frac{dl'}{\lambda(l')} = -\ln \xi \quad (4.22)$$

がえられる。 l をきめるには、一般に、上式(4.22)を数値的に解かねばならない。

特別な場合として、 λ が l に依存しないとき（均一プラズマ）、式(4.22)は l について解析的に解けて、簡単な式

$$l = -\lambda \ln \xi \quad (4.23)$$

に帰着できる。この式は、のちに擬衝突法で利用する。

b. 区分的に一樣なゾーンに分割する方法

不均一プラズマで、基本式(4.22)から l を s の関数として陽にきめる方法として、①区分的に均一なゾーンに分割する方法〔4〕と、②擬衝突法〔6〕の二つがある。この項では、まず第一の方法について述べる。次項では第二の方法について述べ、二つの方法の長所および短所についてもふれる。第一の方法では、考えているプラズマを区分的に均一とみなせる多数のゾーンに分割して基本式(4.22)を数値的に解く。トーラス プラズマでは、磁気面関数

$$\psi = \frac{1}{2\pi} \int_B dS = \frac{1}{2\pi} \int_A d\ell \quad (4.24)$$

をもとにして全プラズマ領域をシェル状のゾーンに分割するのが自然である(図4-4参照)。ここでは、 j_{\max} 個のシェル状のゾーンに分割する。いま、着目しているテスト粒子が、出発点から直線パスに沿って $(n-1)$ 番目までのゾーンを衝突なしに横切り、 n 番目のゾーン内へ δl だけ侵入した点で衝突を起こしたとしよう。この粒子が横切った各ゾーンの中を進行方向順に $s_1, s_2, s_3, \dots, s_n$ とし、各ゾーンの平均自由行程を $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ であらわす。 s_j と λ_j は、プラズマ分布のかたちとテスト粒子の進行方向をあたえると計算できる。このとき基本式(4.22)は、左辺の積分を有限和で近似すると

$$\sum_{j=1}^{n-1} \frac{s_j}{\lambda_j} + \frac{\delta l}{\lambda_n} \cong -\ln \xi \quad (4.25)$$

となる。この式(4.25)から決まる δl をもちいると、出発点からの全飛行距離 l は

$$\begin{aligned} l &= \sum_{j=1}^{n-1} s_j + \delta l \\ &= \sum_{j=1}^{n-1} s_j + \lambda_n \left(-\ln \xi - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{s_j}{\lambda_j} \right) \end{aligned} \quad (4.26)$$

となる。飛行距離 l は、式(4.26)をもちいて、一様乱数 ξ をあたえるごとに決定できる

そして、このようにして得られる多数の衝突点を記録することにより、ディポジション分布が計算できる。

c. 擬衝突 (pseudo-collision) 法

前項の方法では、中性粒子が新しい磁気面ゾーンを横切るたびに、区間中 s_j ($j=1, 2, 3, \dots, n$) を計算しなければならなかった。円柱プラズマの場合には、 s_j は二次方程式の根の公式を使って簡単に決めることができるが、三次元配位の場合には超越方程式を数値的に解かないと s_j は決まらない。そして、標的プラズマのかたちが複雑になるにつれて、 s_j の計算に必要な時間は増える。これが、式(4.26)をもちいる方法の一つの欠点である。第二の方法、擬衝突 (pseudo collision) 法 [6] は、この欠点を補う技法である。擬衝突法では、以下のような反復手続きをもちいて飛行距離 $l = \sum \Delta s_j$ を決める。

ステップ1: まず、考えているプラズマ中における

最小の平均自由行程 λ_{min} を求める。

ステップ2: そして、粒子の進行方向に、式(4.23)をもちいて、

距離 $\Delta s = -\lambda_{min} \ln \xi'$ だけ前進させる。

ステップ3: つぎに、その点における局所的な平均自由行程 λ をもとめて、

比 λ_{min}/λ と一様乱数 ξ'' ($0 \leq \xi'' < 1$) との大きさを比較する

ステップ4: もし $\lambda_{min}/\lambda \leq \xi''$ であれば、実衝突が起こったとしてこの粒子の

追跡を終える。逆に、 $\lambda_{min}/\lambda > \xi''$ であれば、擬衝突が起こった

(真の衝突は起こらなかった) として、再びその点から上のステップ

1, 2, 3 の手続きを繰り返すことにより、粒子の追跡を続行する。

追跡は、粒子がプラズマをつきぬけて壁に失われるまで反復する。

擬衝突法は、つぎのように考えると直観的に理解できる。まず現実の不均一なプラズマに仮想的な物質を人為的に加え、平均自由行程が一定 (λ_{min}) の“均一”プラズマに還元する。そして、式(4.22)よりもはるかに単純な均一媒質に対する式(4.23)をもちいてテスト粒子を追跡し、衝突点を求める。ところが、このようにして求められる“衝突”は、現実の衝突よりも、仮想的に加えた物質の分だけ頻繁に生じているはずである。

そこで、求めた“衝突”のうち、仮想的な物質との衝突に相当する割合だけ“擬衝突”であったとして棄却するのである。この方法では、粒子を追跡するとき、三次元的な磁気面のかたち付随した区間中 s_j のめんどろな計算が不要になる。そして $\lambda_{ie} \ll \langle \lambda \rangle$ でないかぎり、 Δs が平均的に s_j より長くとれるので、区分的に均一なゾーンに分割する方法よりも、計算時間が短縮できる。

d. デポジション分布のスコアリング

図4-4に、擬衝突法を使って式(4.22)を解いて求めた電離点の分布の例を、電子密度の低い場合と高い場合について示す。ここでモンテカルロ粒子の“電離”点の分布からデポジション分布を求めよう。単位時間あたり的高速イオンの生成密度を $n_r(\vec{r})$ で、単位時間あたりの〈テスト〉高速イオンの生成密度を $n_t(\vec{r})$ であらわすと

$$n_r(\vec{r}) = \frac{I_B / e}{N_{\text{test}}} n_t(\vec{r}) \quad (4.27)$$

ここで、 N_{test} は、インジェクター面から発してポートを通過したテスト粒子の総数である。式(4.27)を式(4.2)に代入すると

$$H(\vec{r}) = \frac{V_p}{N_{\text{test}}} n_t(\vec{r}) \quad (4.28)$$

がえられる。次ぎに、各磁気面ゾーンに対して、“電離”したテスト粒子の数を記録する。ここで

$$H_j \cong \frac{V_p}{N_{\text{test}}} \cdot \frac{n_j}{\Delta V_j} \quad (4.29)$$

が成り立つ。 ΔV_j 、 n_j は、それぞれ、 j 番目のゾーンの体積、 j 番目のゾーンで電離したテスト粒子数をあらわす。なお、このように分割したゾーンにわたって物理量を体積積分するとき、例えば

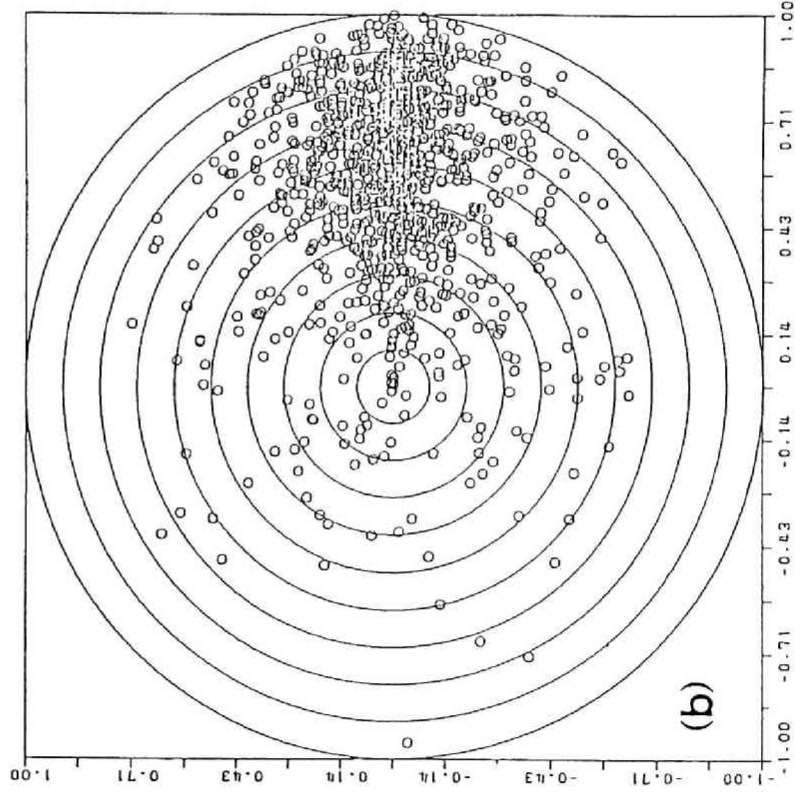
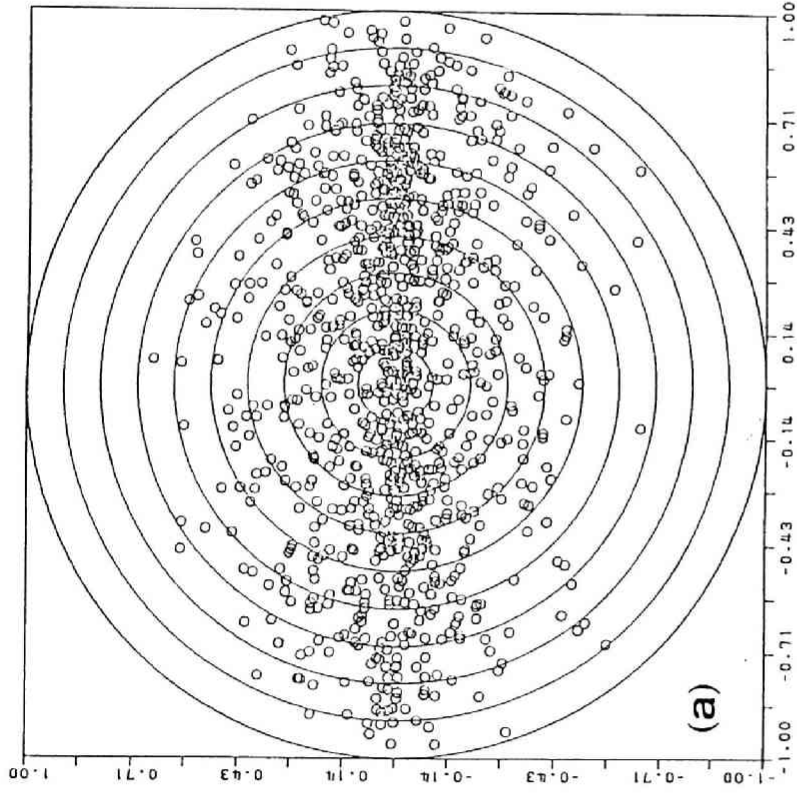


図4 4 中性ヒューム粒子の電離点の (ρ, θ) 分布。動径 ρ は、磁気面関数 ψ をもとに
 して表現した $(\rho \equiv \sqrt{\psi/\psi_0})$ 。計算条件は図4.1に同じ。高密度の場合には、電離点
 がトーラス外(図の右)側に偏在している。(a) 低密度の場合； $n_e(0) = 3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ，
 $\eta_{\text{abs}} \approx 45\%$ 。(b) 高密度の場合； $n_e(0) = 3 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ， $\eta_{\text{abs}} \approx 100\%$ 。

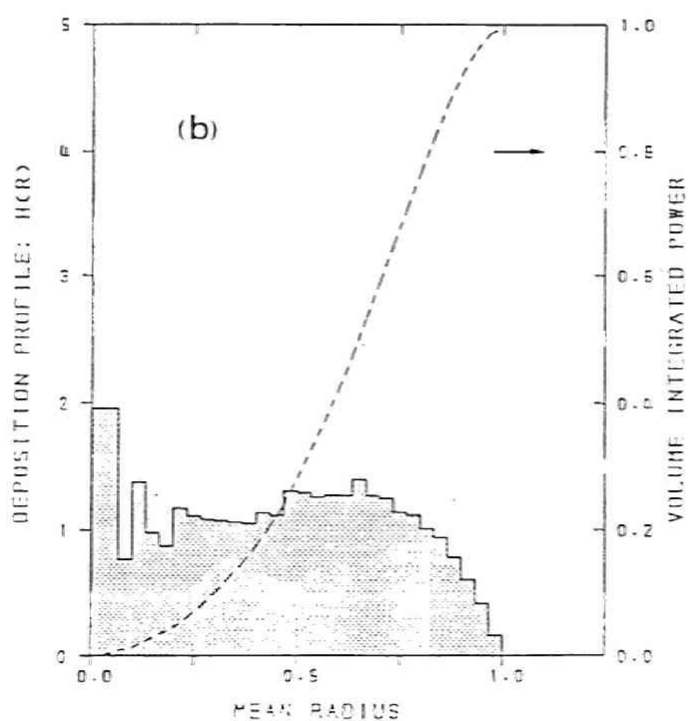
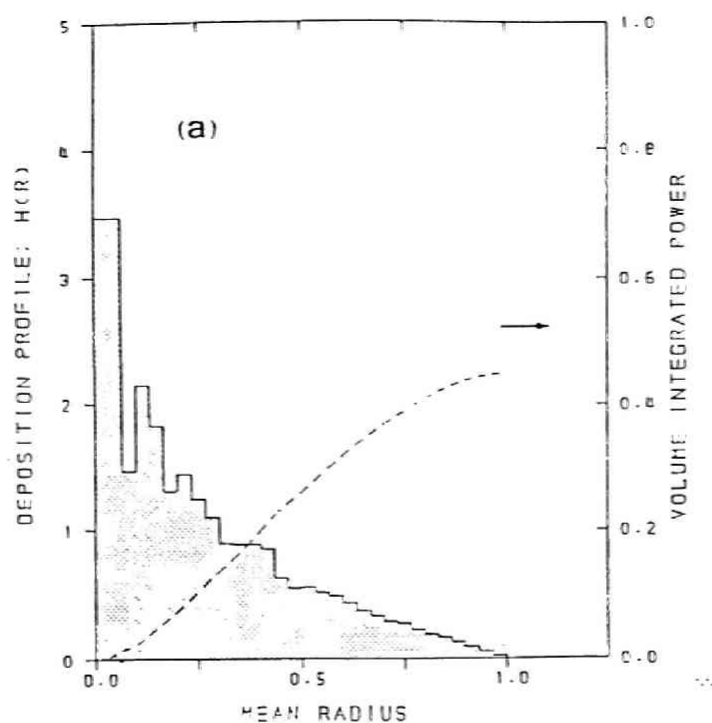


図4-5 高速イオンのデポジション分布 $H(R)$ 。破線はデポジション・パワーの体積積分を表す。密度と温度の分布はバラボラとした。計算条件は図4-1に同じ。(a)低密度の場合： $n_e(0)=3 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ， $\eta_{\text{abs}} \approx 45\%$ 。(b)高密度の場合： $n_e(0)=3 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ， $\eta_{\text{abs}} \approx 100\%$ 。

$$\eta_{\text{abs}} \cong \frac{1}{V_p} \sum_{j=1}^{j_{\text{max}}} H_j \Delta V_j \quad (4.30)$$

のように代数和でおきかえる。図4-5は、図4-4に対応する $H(\bar{r})$ と η_{abs} である。

擬衝突法には、計算結果の分散 (variance) を減らすスコアリング (scoring) 法と組み合わせて使えるという長所もある。擬衝突法では、真の衝突点でだけウェイトを記録し、擬衝突点での情報は利用していなかった。そこで擬衝突点での情報も捨てずに利用することによって統計的なゆらぎを減らすことが考えられる。すなわち、真の衝突点でだけ粒子のウェイト w_i を記録 (score) するかわりに、擬衝突も含むすべての衝突点でウェイト $w_i' = w_i \lambda_{\text{min}} / \lambda$ を記録すればよい。この方法によって、同じ数のテスト粒子をもちいても、真の衝突点でだけ記録していた場合に比べて、結果の期待値を変えずに分散を減らすことができる。このようにテスト粒子のウェイトを意図的に変化させる技法は、nonanalog Monte Carlo と呼ばれ、分散を減らすためにしばしば用いられる。この記録法による分散低減効果は、 $\lambda_{\text{min}}/\lambda$ が小さい領域、すなわちプラズマの周辺部ほど著しい。そして、 $\lambda \approx \lambda_{\text{min}}$ の領域、すなわち磁気軸近傍では、分散を減らすことはできない。中心部分での分散を減らすには、他の方法によらねばならない。

この章では、不均一プラズマを通過する中性ビーム粒子が、プラズマ粒子との衝突によって、“電離”される点を決めるアルゴリズムについて説明し、高速イオンのデポジション分布の計算法について述べた。本研究では、モンテカルロ法をもちいて複雑なプラズマの形状やビーム源の条件も取り入れられるようにした。この章で説明したデポジション分布は、例えばトカマクの接線入射で高速イオンの磁気面からのずれが無視できるとすると、加熱入力分布の第1近似と考えることができる。しかしながら、ステラレーターやヘリオトロンのような磁場配位では、磁気面からのずれの大きい粒子が存在するので、より厳密な加熱入力分布を求めるためには、減速過程における高速イオンのドリフト軌道の影響を考慮しなくてはならない。とくに垂直に近い入射を行う場合や、平行に近い入射の場合でも低磁場の条件では、ドリフト軌道の効果が重要になる。

文 献

- [1] J.A.Rome, J.D.Callen and J.F.Clarke: Nucl. Fusion 14 (1974) 141.
- [2] F.Sano, T.Obiki, A.Sasaki, A.Iiyoshi, K.Uo: Rev. Sci. Instrum. 54 (1983) 41.
- [3] J.M.Hammaersley and D.C.Handscomb: Monte Carlo Methods, (Chapman and Hall, London, 1964).
- [4] M.N.Hughes and D.E.Post: J. Comput. Phys. 28 (1978) 43.
- [5] 花谷 清. ほか「NBI加熱のモンテカルロシミュレーション」(1982年4月)『物理学会 春の分科会予稿集』p 141
- [6] G.G.Lister, D.E.Post, R.Goldston: Proc. 3rd Symp. Plasma Heating in Toroidal Devices, Varrenna, 1976, (Editrice Compositori, Bologna, 1976) p.303.
- [7] R.Dei-Cas: "Energy Deposition Profile in Fast Neutral Injection Experiments", FUR-CEA-FC-1016 (Sept. 1979).
- [8] J.E.Faulkner, G.G.Lister, W.Ott, E.Speth: Proc. 9th Europ. Conf. Controlled Fusion and Plasma Physics Oxford, 1979, (UKAEA Culham Lab., Abington, 1979) Vol.1, p.81.
- [9] K.Tani, T.Takizuka, M.Azumi, H.Kishimoto: Nucl. Fusion 23 (1983) 657.
- [10] TFR group: Nucl. Fusion, 23 (1983) 425.
- [11] W7A Team and Neutral-Injection Team: "Co and Counter Injection Heating in W7A Stellarator", Proc. 4th Int. Symp. on Heating in Toroidal Plasmas, Rome, 1984, (ENEA, Frascati, 1984) p.95.
- [12] R.H.Fowler, J.A.Homes, J.A.Rome: "NFRAYA - A Monte Carlo Beam Deposition Code for Noncircular Tokamak Plasmas", ORNL/TM-6845 July (1979).
- [13] R.J.Goldston, D.C.McCune, H.H.Towner, S.L.Davis,

- R.J.Hawryluk and G.L.Schmidt: J. Comput. Phys. 43 (1981) 61.
- [14] Grame G. Lister: "FAFNER: A Fully 3-D Neutral Beam Injection Code Using Monte Carlo Methods", IPP 4/222 (January 1985).
- [15] R.N.Morris, R.H.Fowler, J.A.Rome, T.J.Schlagel: "ATF Neutral Beam Injection; Optimization of Beam Alignment and Aperturing", ORNL/TM9689, (December 1985).

第5章 高速イオンの熱化過程

前章では、中性粒子ビームの三次元モンテカルロモデルをつくり、ビームの吸収効率や高速イオンの生成分布をヘリオトロンE配位で計算した。電離によってプラズマ中に生まれた高速イオンは、つぎに閉じ込め磁場中を運動しながら、クーロン衝突を仲立ちとして背景プラズマのイオンと電子へエネルギーを散逸させる。この章では、高速イオンのプラズマ粒子との“古典的”なクーロン衝突をモンテカルロ法を使ってモデル化し、高速イオンの速度空間における緩和過程を調べる。この章ではまた、のちに必要になる概念——〈減速時間〉、〈イオン加熱割合〉、〈偏向時間〉、〈荷電交換時間〉など——を導入し、これらの特徴量のプラズマ・パラメーター依存性とヘリオトロンE実験における典型的な値についてのべる。

§5.1 クーロン相互作用

a. フォッカー・プランク (Fokker-Planck) 方程式

衝突による高速イオンの分布関数の変化は、フォッカー・プランク方程式によって記述される。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{coll}} = & - \frac{\partial}{\partial v_i} [\langle \Delta v_i \rangle f(\vec{v}, t)] \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial v_i \partial v_k} [\langle \Delta v_i \Delta v_k \rangle f(\vec{v}, t)] \end{aligned} \quad (5.1)$$

かっこ〈 〉は、場の粒子の分布関数にわたっての平均を意味する。右辺の第一項は、動力学的な摩擦 (dynamical friction) をあらわし、第二項は速度空間における拡散をあらわす。“テスト粒子” a が“場の粒子” b から逆二乗クーロン力をうけている場合には、〈 Δv_i 〉および〈 $\Delta v_i \Delta v_k$ 〉は、静電気学とのアナロジーによって、“ポテンシャル” $h(\vec{v})$ と $g(\vec{v})$ をもちいて次のように定式化できる [1]

$$\langle \Delta v_i \rangle = \Gamma_a \frac{\partial}{\partial v_a} h(\vec{v}_a) \quad (5.2)$$

$$\langle \Delta v_i \Delta v_k \rangle = \Gamma_a \frac{\partial^2}{\partial v_i \partial v_k} g(\vec{v}_a) \quad (5.3)$$

$$h(\vec{v}_a) = \frac{m_a}{M} \int \frac{f(\vec{v}_b)}{|\vec{v}_a - \vec{v}_b|} d^3 v_b \quad (5.4)$$

$$g(\vec{v}_a) = \int f(\vec{v}_b) |\vec{v}_a - \vec{v}_b| d^3 v_b \quad (5.5)$$

ここで、

$$M = \frac{m_a m_b}{m_a + m_b} \quad (5.6)$$

$$\Gamma_a \equiv \frac{q_a^2 q_b^2 \ln \Lambda}{4 \pi \epsilon_0^2 m_a^2} \quad (5.7)$$

である。

b マックスウェル分布に対する動摩擦と拡散係数

前項の式(5.2) - (5.7) は、場の粒子のどんな分布関数 $f(\vec{v}_b)$ についても成り立つ一般的な表式であるが、 $f(\vec{v}_b)$ が特にマックスウェル分布をしている場合には、速度空間における動摩擦係数 $\langle \Delta v_i \rangle$ と拡散テンソル $\langle \Delta v_i \Delta v_k \rangle$ をより使いやすい表式にあらわすことができる [2]。

$$f_M(\vec{v}_b) = \frac{n_b \ell_b}{\pi^{3/2}} \exp(-\ell_b^2 v_b^2) \quad (5.8)$$

ここで l_b は、

$$l_b^2 = \frac{m_b}{2 k T} \quad (5.9)$$

である。マックスウェル分布の場合、ポテンシャルは球対称だから、 $\langle \Delta \vec{v}_a \rangle$ はテスト粒子の速度 \vec{v}_a に平行になる。したがって、テスト粒子に平行な方向を \parallel 、垂直な方向を \perp とする座標系をもちいると都合がよい。このとき拡散テンソルには対角要素だけが残る。テスト粒子 a がマックスウェル分布をした場の粒子 b の集団から単位時間内に速度空間でうける平均減速割合 $\langle \Delta v_{\parallel} \rangle$ と、縦および横方向の拡散係数 $\langle \Delta v_{\parallel}^2 \rangle$ と $\langle \Delta v_{\perp}^2 \rangle$ は、それぞれ

$$\langle \Delta v_{\parallel} \rangle = -A_D l_b^2 \left(1 + \frac{m_a}{m_b} \right) G(l_b v) \quad (5.10)$$

$$\langle \Delta v_{\parallel}^2 \rangle = \frac{A_D}{v} G(l_b v) \quad (5.11)$$

$$\langle \Delta v_{\perp}^2 \rangle = \frac{A_D}{v} [\phi(l_b v) - G(l_b v)] \quad (5.12)$$

$$A_D \equiv 2 \Gamma_a n_b = \frac{q_a^2 q_b^2 n_b \ln \Lambda}{2 \pi \epsilon_0^2 m_a^2} \quad (5.13)$$

であたえられる [2]。関数 $G(x)$ は、チャンドラセカル関数とよばれ、誤差関数 $\phi(x)$ をもちいて次のように定義されるものである。

$$\phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-y^2) dy \quad (5.14)$$

$$G(x) = \frac{[\phi(x) - x \phi'(x)]}{2x^2} \quad (5.15)$$

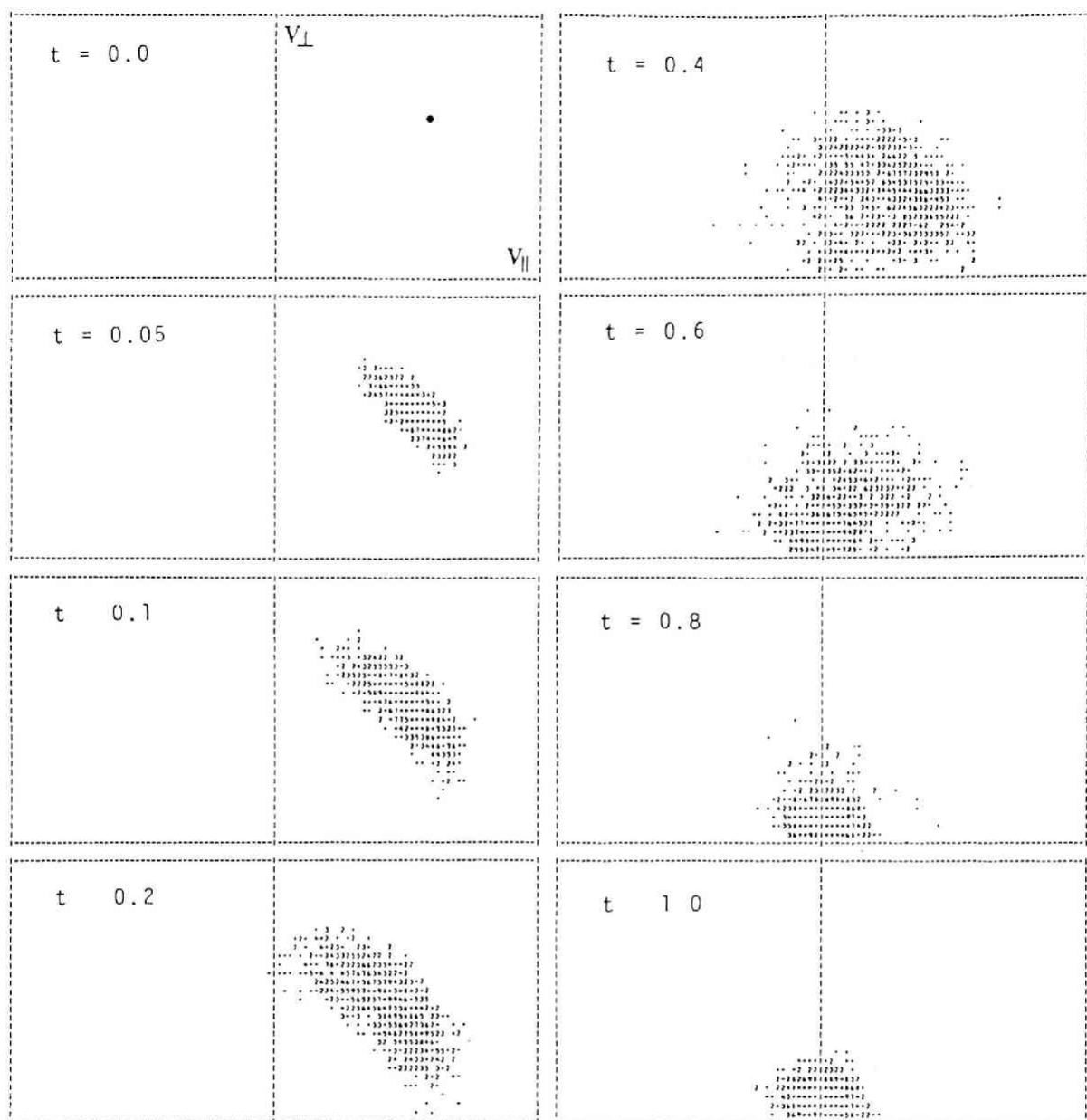


図5 1 モンテ カルロ シミュレーションによる速度空間におけるテスト粒子の時間発展 ($Z_{\text{err}} = 1$ の場合)。時間 t は, Spitzer の電子-イオン間の減速時間 $t_{s,e}$ で規格化した。横軸と縦軸は v_{\parallel} と v_{\perp} を表す。 $E_0 = 30 \text{ keV}$, $T_e = 800 \text{ eV}$, $n_e = 1 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ 。

c モンテ カルロ衝突モデル

この項では、クーロン衝突のモンテ カルロ・モデル [3-7] について説明する。場の粒子（プラズマのイオン、電子、不純物イオン）とのクーロン相互作用によって引き起こされるテスト粒子（高速イオン）の「減速」、「ピッチ角散乱」そして「エネルギー散乱」は、小さいランダムな速度変化 Δv_k ($k = \parallel, \perp$) を、時間ステップ δt ($\ll \tau_{si}$) ごとに、テスト粒子の速度 v_i に加えてゆくことにより模擬できる。ここで、添字 \parallel と \perp は、衝突直前のテスト粒子の速度ベクトルに対して平行および垂直な成分を表す。ランダムな速度変化 Δv_k は、平均 m_k と分散 σ_k^2 をもつガウス分布からサンプリングする [7]。

$$m_k = \delta t \langle \Delta v_k \rangle \delta_{ij, k} \quad (5.16)$$

δ_{ij} : Kronecker's delta

$$\sigma_k^2 = \delta t \langle (\Delta v_k)^2 \rangle, \quad (k = \parallel, \perp) \quad (5.17)$$

テスト粒子を速度空間でランダム ウォークさせる手続き——式(5.16), (5.17) は、マックスウェル分布のまわりに線形化した Fokker-Planck 方程式(5.1) を解くことと本質的に等価である。線形化モデルでは、テスト粒子間の相互作用は小さいとして無視している。文献 [8] では、非線形取り扱いが試みられている。

図 5-1 に、テスト粒子の集団の速度空間 (v_{\parallel} , v_{\perp}) における時間発展の計算例 [9] を示す。この例は、上にのべたモンテ カルロ衝突モデルでえられた結果である。初期時刻 $t=0$ にデルタ関数で与えたテスト粒子の集団が、ピッチ角散乱とエネルギー散乱をうけて拡がりながら、平均的には、動摩擦をうけて減速してゆく過程がわかる。粒子のピッチは v_{\parallel}/v で与えられ、ピッチ角は $\cos^{-1}(v_{\parallel}/v)$ で与えられる。図 5-1 の時間 t は、次節でのべる Spitzer の減速時間 t_{s0} で規格化した。動摩擦は、高速イオンを減速させ、背景プラズマを加熱するはたらきがある。一方、ピッチ角散乱は、速度空間損失領域（ロス コーン）への軌道損失を増大させる原因になる。

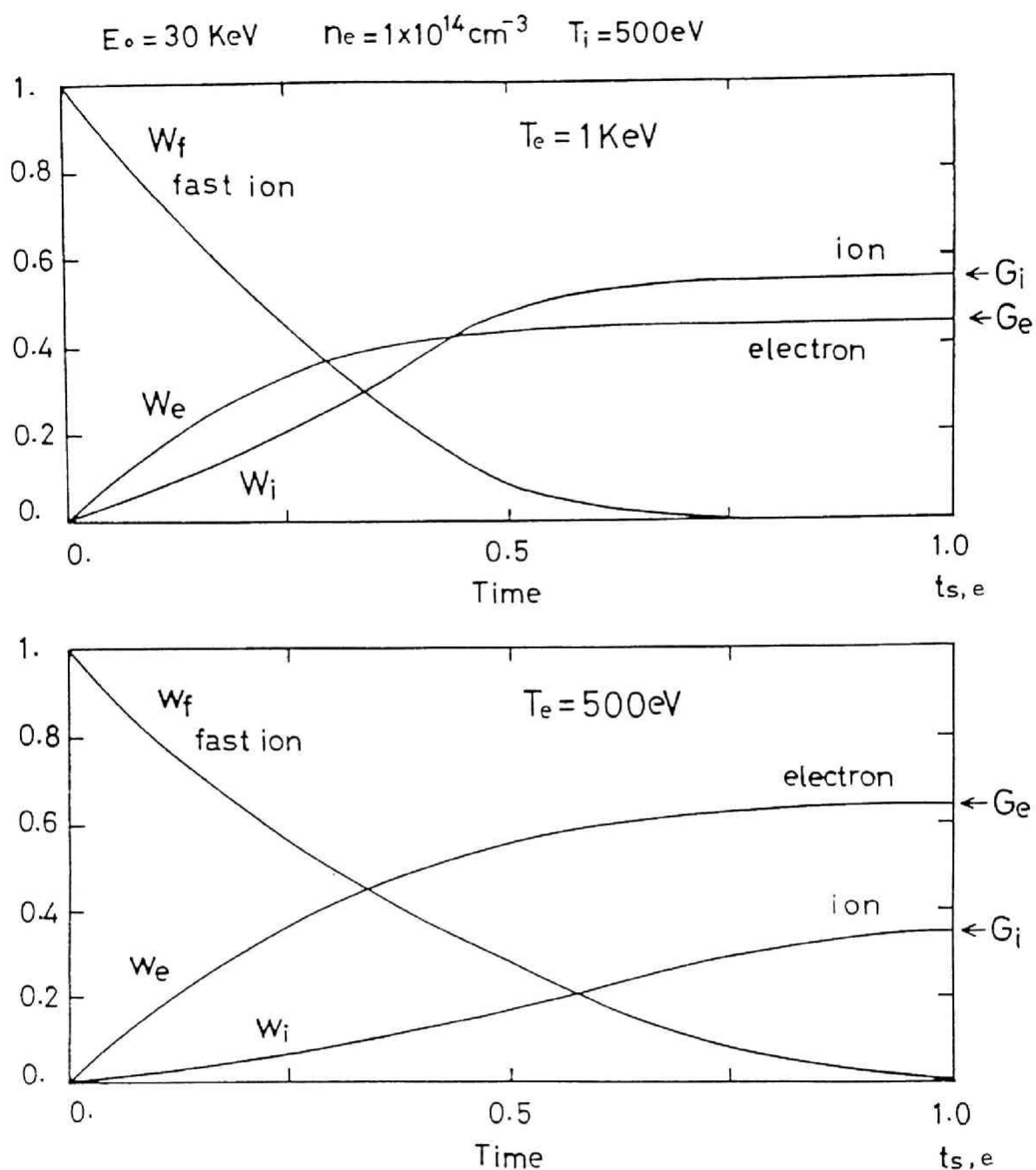


図5 2 モンテ カルロ シミュレーションによる高速イオンの減速過程（荷電交換損失を無視した場合）。 $T_e = 1 \text{ keV}$ （上の図）， $T_e = 500 \text{ eV}$ （下の図）。 W_r は，テスト高速イオンの担っているエネルギーの総和， W_e と W_i は，テスト高速イオンから電子とイオンへ伝達されたエネルギーの総和を表す。 $Z_{err} = 1$ とした。時間（Time）は，Spitzerの電子 イオン間の減速時間 $t_{s,e}$ で規格化した。

§ 5 2 ビームイオン緩和の特徴時間

前節では、フォッカー・プランク方程式を導入し、モンテ・カルロ衝突モデルを使って速度空間でテスト粒子の分布関数の変化をシミュレートする方法について述べた。この節では、いろいろな緩和時間を定義することによって、フォッカー・プランク方程式を解くことなしに、分布関数の変化の概要を把握する方法について説明する〔2〕。ここで、マックスウェル分布をした標的プラズマの電子およびイオンとのクーロン衝突によってビームイオンの速度空間における減速や偏向が起こる特徴時間スケールを導く。また、イオン加熱割合や荷電交換時間などNBI加熱で重要になる概念について説明する。

a いろいろな緩和時間

減速時間 t_s (slowing-down time) は、次のように定義される。

$$\frac{1}{t_s} = \frac{-\langle \Delta v_{\parallel} \rangle}{v} = \frac{(1 + m_a/m_b) A_D \ell_b^{-2} G(\ell_b v)}{v} \quad (5.18)$$

速度分布関数の非等方性が緩和する時間——偏向時間 t_d (deflection time) は、次のように定義される

$$\frac{1}{t_d} = \frac{\langle \Delta v_{\perp}^2 \rangle}{v^2} = \frac{A_D [\phi(\ell_b v) - G(\ell_b v)]}{v^3} \quad (5.19)$$

つぎに、エネルギーの拡がり特徴づける緩和時間 t_E (energy-exchange time) として、

$$\frac{1}{t_E} = \frac{\langle \Delta E_{\perp}^2 \rangle}{E^2} \quad (5.20)$$

と定義すると、一回の衝突前後においてエネルギー変化は

$$\Delta E = \frac{m}{2} [(v + \Delta v_{\parallel})^2 - v^2] - \frac{1}{2} m v_{\perp}^2$$

$$= \frac{m}{2} [(2 v \Delta v_{\parallel} + \Delta v_{\parallel}^2 + \Delta v_{\perp}^2)] \approx m v \Delta v_{\parallel}$$

となる。したがって、

$$\frac{1}{t_E} = \frac{4 A_D G(\ell_b v)}{v^3} \quad (5.21)$$

もうひとつの重要な緩和時間は、エネルギー損失時間 t_w (energy-loss time) であり、 t_s 、 t_d および t_E を使って次のように書ける [10]

$$\frac{1}{t_w} = \frac{E}{\langle \Delta E_a \rangle} = \frac{2}{t_s} + \frac{1}{t_d} + \frac{1}{4 t_E} \quad (5.22)$$

b ビームイオンの減速時間

前項では、任意のテスト粒子 a がマックスウェル分布をした場の粒子 b からうける衝突による緩和時間を定義した。この項では、テスト粒子として特にビーム・イオンを考え、ビーム・イオンのマックスウェル分布をした電子およびイオン（場の粒子）からうける衝突による緩和について説明する。

NBI加熱のパラメーターでは、ビーム・イオンの速度はバルク（背景）・イオンの熱速度に比べて十分速く、かつ電子の熱速度に比べて十分遅い。すなわち、次の不等式が成り立つ

$$V_{th, i} \ll V_b \ll V_{th, e} \quad (5.23)$$

イオンの熱速度 入射粒子の速度 電子の熱速度

このような条件の下では、前述のいろいろな緩和時間は、 $\phi(x)$ と $G(x)$ の漸近形を使うと、さらに簡単にできる。

例えば、高速イオンの電子との衝突による減速時間は、式(5.18)でテスト粒子の質量が電子の質量より十分大きい ($m_a / m_e \gg 1$) ことと、漸近形 $G(x) \cong 2x / (3\sqrt{\pi})$ を使って

している。式(5.25)の形から、 E_{crit} は電子およびイオンへのエネルギー伝達が等しくなるような高速イオンのエネルギーであることがわかる。このことから E_{crit} は、“臨界 (critical) エネルギー”と呼ばれる。式(5.25)の右辺のエネルギー依存性から、 $E \gg E_{crit}$ では高速イオンのエネルギーは主に電子へ伝えられる。つぎに、 $E \ll E_{crit}$ まで高速イオンが減速されてくると、第一項が無視でき逆にイオンへのエネルギー伝達が支配的になる。この特徴は、モンテカルロシミュレーションによって得た W_i と W_e の時間変化(図5-2)にも現れている。

式(5.25)から、電子およびイオンとの相互作用の下で、エネルギー E_0 の入射粒子が背景イオンの熱エネルギー $3/2 T_i \approx 0$ にまで減速されるのにかかる時間を τ_{sl} とすると

$$\tau_{sl} = - \int_0^{E_0} \frac{dE}{\frac{dE}{dt}} = \frac{t_{s,e}}{2} \int_0^{E_0} \frac{dE}{E \left\{ 1 + \left(\frac{E_{crit}}{E} \right)^{3/2} \right\}} \quad (5.28)$$

$$\tau_{sl} = \frac{t_{s,e}}{3} \ln \left\{ 1 + \left(\frac{E_{crit}}{E_0} \right)^{3/2} \right\} \quad (5.29)$$

で与えられる。

c イオン加熱割合

つぎに、エネルギー E_0 の高速イオンが、その全エネルギーを失うまでにイオンへ伝達する総エネルギーの、 E_0 に対する割合 G_i (イオン加熱割合)は

$$G_i = \frac{1}{E_0} \int_0^{E_0} \frac{dE}{\left\{ 1 + \left(\frac{E_{crit}}{E} \right)^{3/2} \right\}} = \frac{E_{crit}}{E_0} \int_0^{E_0/E_{crit}} \frac{dx}{1+x^{3/2}} \quad (5.30)$$

で計算できる。ここで、イオン加熱割合 G_i は、比 E_0/E_{crit} だけにしか依存しないことに注意する。言い換えると、入射エネルギー E_0 が固定されていると、 G_i は標的プラズマの電子温度 T_e で定まる。ここで、 $E_0/E_{crit} \cong E_0 / (14.8 k T_e)$ である。

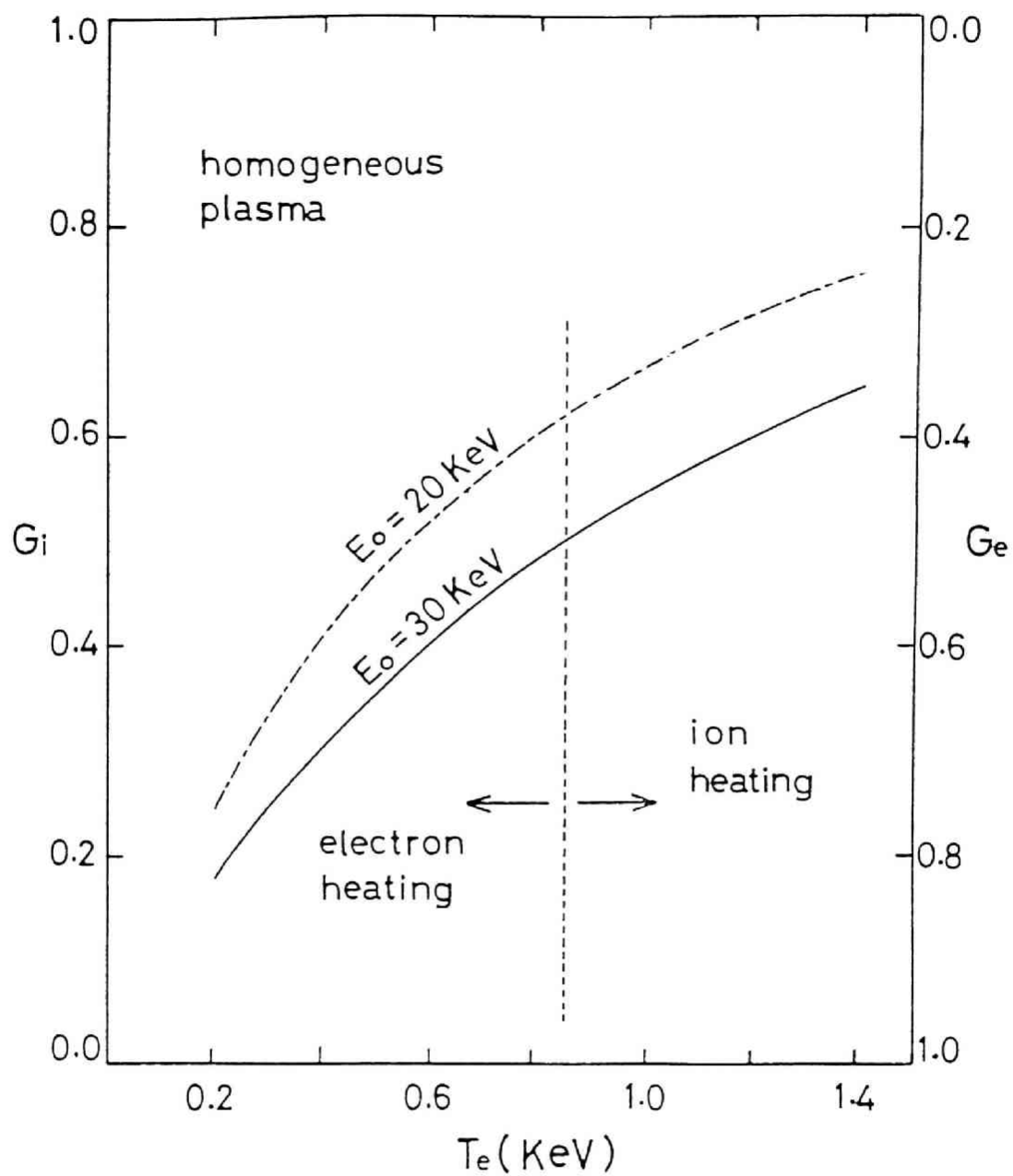


図5 3 イオン加熱割合 G_i と電子加熱割合 G_e の電子温度 T_e 依存性。

電子加熱割合 G_e は、 $1 - G_i$ で与えられる。イオンを主に加熱するための条件 ($G_i \geq 0.5$) は、式(5.30)を解くと $E_0/E_{crit} \lesssim 2.4$ となる。図5.3に、イオン加熱割合の電子温度依存性を入射エネルギーが20 keVと30 keVの場合について示した。たとえば、Heliotron Eイオン源の最高入射エネルギー ($E_0 = 30$ keV) では、イオンを主に加熱するためには、電子温度は、約840 eV以上でなければならない。一様プラズマに対して行ったモンテカルロ・シミュレーションで得られたイオン加熱割合は、解析的な評価式(5.30)とよく一致することを確認した。

つぎに、イオンおよび電子との衝突による偏向時間 τ_d は、式(5.19)をもちいて、イオンからの寄与は、 $x \gg 1$ であるので、 $\phi(x) \approx 1$ 、 $G(x) \cong 1/(2x^2)$ となり、電子からの寄与は、 $x \ll 1$ であるので、 $\phi(x) \cong 0$ 、 $G(x) \approx 0$ となり、結局

$$\tau_d = 5.54 \times 10^2 \frac{\sqrt{A_u} E^{3/2}}{Z_a^2 n_e \ln \Lambda Z_{eff}} \quad (5.31)$$

で与えられる。ピッチ角散乱への電子の影響は無視できる。偏向時間 τ_d は、 Z_{eff} に逆比例して短くなることに注意する。図5.4に、 $Z_{eff} = 5$ のときのモンテカルロ・シミュレーションの結果を示した。 $Z_{eff} = 1$ の場合 (図5.1) に比べてピッチ角散乱が著しく増えているのがわかる。

d 荷電交換時間

標的プラズマ中には、イオンと電子の他に、(イオン温度と同程度もしくは少し低いエネルギーをもった) 残留中性粒子 n_0 が存在する。高速イオンは、減速の過程で中性粒子 n_0 と荷電交換を起こすと、高速の中性粒子に変わり磁場を横切って閉じ込め領域外へ失われる。このプロセスによる加熱入力パワーの損失を高速イオンの「荷電交換損失」という。 τ_P を粒子閉じ込め時間とすると、定常状態では $n_0 n_e \langle \sigma v \rangle_{ion} = n_e / \tau_P$ の関係を満たす中性粒子がプラズマ中に存在する。ここで、 $\langle \sigma v \rangle_{ion}$ は、電子による衝突電離の反応率である。高速イオンは、この残留中性粒子と荷電交換を起こし、二次高速中性粒子になりプラズマから失われる可能性がある。

高速イオンの荷電交換損失を特徴づける時間として〈荷電交換時間〉を次式で定義する。

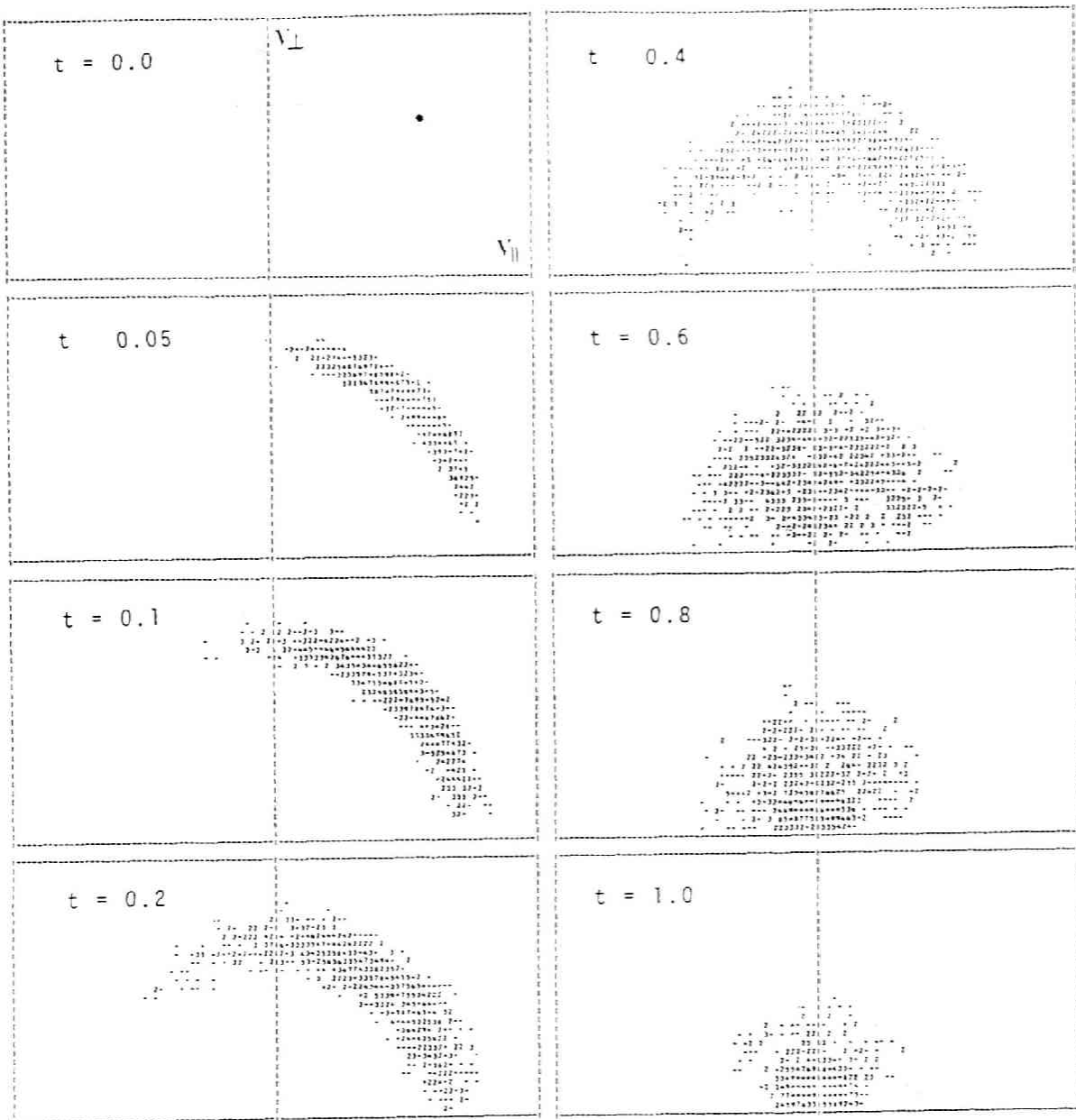


図5 4 モンテ カルロ シミュレーションによる速度空間におけるテスト粒子の時間発展 ($Z_{err} = 5$ の場合)。時間 t は、電子 イオン間の減速時間 $t_{s,e}$ で規格化した。横軸と縦軸は v_{\parallel} と v_{\perp} を表す。 $E_0 = 30 \text{ keV}$, $T_e = 800 \text{ eV}$, $n_e = 1 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ 。

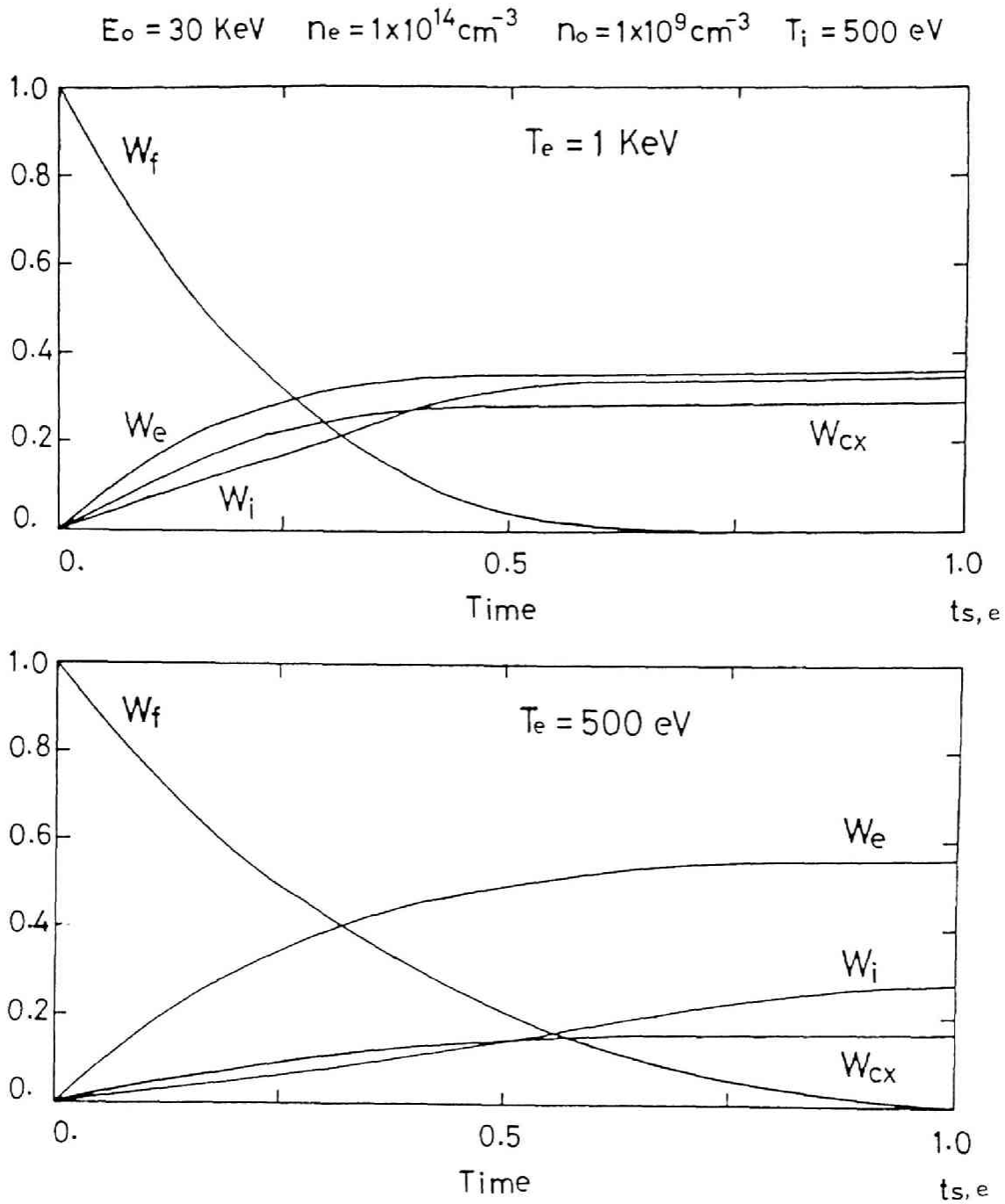


図5 5 モンテ カルロ シミュレーションによる高速イオンの減速過程（荷電交換損失を考慮した場合）。 $T_e = 1 \text{ keV}$ （上の図）， $T_e = 500 \text{ eV}$ （下の図）。 W_f は，テスト高速イオンの担っているエネルギーの総和， W_e と W_i は，電子とイオンへ伝達されたエネルギーの総和， W_{cx} は，荷電交換で失われたエネルギーの総和を表す。
 $Z_{eff} = 1$ とした。時間(Time)は，電子 イオン間の減速時間 $t_{s,e}$ で規格化した。

$$\frac{1}{\tau_{ex}} = n_0 \sigma_{ex} V_b \quad (5.32)$$

荷電交換損失が無視できない場合、式(5.25)の右辺にもう一つの損失項 $-E \tau_{ex}$ をつけ加えればよい。本研究で開発したモンテ・カルロ・コードでは、衝突を計算する時間ステップ δt もごとに局所的な τ_{ex} をもとめ、テスト粒子のウエイト w に減衰因子 $\exp(-\delta t / \tau_{ex})$ を掛けて荷電交換を模擬する。荷電交換損失の相対的割合は特徴時間の比 τ_{sl} / τ_{ex} に依存する。もし、 $\tau_{ex} < \tau_{sl}$ であると荷電交換によるエネルギー損失が支配的になる。図5-5に荷電交換を含めたモンテ・カルロ・シミュレーションの結果を示す。中性粒子密度 n_0 が同じでも、 τ_{sl} の長いほうが荷電交換損失 W_{ex} が大きくなることがわかる。実際には、荷電交換によって生じる二次・高速中性粒子の一部は、再び電離されて二次・高速イオンとしてプラズマ中に再捕獲されることも期待できるので、上の手続きによる評価は荷電交換損失の上限をあたえる。

§5.3 有効な加熱が起こるための条件

この章では、クーロン衝突によって起こるビーム・イオンの速度緩和について説明してきた。減速過程におけるビーム・イオンの軌道損失も含んだ具体的な計算にはいる前に、バルク・イオンを理想的に加熱するために、標的プラズマのパラメータが満たすべき幾つかの前提条件について整理しておく。第一に、ビーム粒子がプラズマ柱の中心部へほどよく浸透してゆくためには、密度 n_e は入射エネルギー E_0 と適合しているべきである。第二に、電子加熱よりも大きいイオン加熱を生じさせるには、平均電子温度 $\langle T_e \rangle$ が $0.028 E_0$ よりも高くなくてはならない。第三に、荷電交換損失が無視できるためには、減速時間 τ_{sl} に比べて荷電交換時間 τ_{ex} が十分長い、すなわち n_0 が低い必要がある。これらの理想的な加熱の生じるための条件は、Heliotron E実験のパラメータ($E_0 = 30 \text{ keV}$ とすると)に対して次のようになる。第一の条件は、電子密度をパラボラとしたとき、 $n_e(0) \sim 1 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ を。第二の条件は、 840 eV より高い $\langle T_e \rangle$ を、そして第三の条件は、 $n_0/n_e < 5 \cdot 10^{-6}$ を、それぞれ要求する。その他、ビッチ角散乱による軌道損失が少なくしたり、放射損失を小さくするには、不純物のレベルが低いこと($Z_{eff} \approx 1$)も望ましい条件である。さらに、エネルギー閉じ込

め時間が十分長い ($\tau_E \gtrsim \tau_{SI}$) ことや入射したビームイオンの閉じ込めが良いことも、NB I によって効果的なプラズマ加熱が起こるための条件になる。

文 献

- [1] M.N.Rosenbulth, W.M.MacDonald, D.L.Judd: Phys. Review 1 (1957) 1.
- [2] L.Spitzer, Jr.: Physics of Fully Ionized Gases, (Wiley, New York, 1962).
- [3] R.Shanny, J.M.Dowson, J.M.Green: Phys. Fluids 10 (1967) 1281.
- [4] G.G.Lister, D.E.Post, R.Goldston: Proc. 3rd Symp. Plasma Heating in Toroidal Devices, Varrenna, 1976, (Editrice Compositori, Bologna, 1976) p.303.
- [5] Y.Ohsawa and T.Kamimura: J. Phys. Soc. Jpn. 49 (1981) 343.
- [6] A.H.Boozer, G. Kuo-Petravic: Phys. Fluids 24 (1981) 851.
- [7] K.Tani, M.Azumi, H.Kishimoto, S.Tamura: J.Phys. Soc. Jpn. 50 (1981) 1726; M.Azumi, private communication.
- [8] H.Maassberg: "Monte-Carlo Simulation of Neutral Beam Injection in the Wendelstein WII-A Stellarator". IPP 2/251 (June 1986).
- [9] K.Hanatani, M.Wakatani, K.Uo: Nucl. Fusion 21 (1981) 1067.
- [10] K.Hübner: Einführung in die Plasmaphysik, (Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1982).
- [11] T.H.Stix: Plasma Phys. 14 (1972) 367.
- [12] H.P.Eubank: "Problems in Plasma Physics", Int. School of Plasma Physics Course on Instabilities and Confinement in toroidal plasmas, Varrenna, 1971, (Commission of the European Communities, Luxenbourg, 1974) p.147.

第6章 高速イオンの軌道損失

この章では、NBI加熱の物理課題のうち、非軸対称磁場に固有な性質が現れる部分——高速イオンのドリフト軌道の影響——を調べる[1-4]。NBI実験の開始に先立ち、Heliotron E装置で入射角をきめる必要が生じた。当時この目的のために、Heliotron E配位について垂直入射の可能性を探るシミュレーションを行い、最適な入射角を予測した。垂直に近い入射では、捕捉粒子軌道のふるまいが大きな影響をもつ。

この章の前半(§6.1)では、プラズマ中に電場が無い条件の下で、Heliotron E配位のNBI加熱特性をWVII-A Stellaratorと比較する。この比較では、軌道損失や加熱効率を、異質な磁場構造をもつWVII-Aと対比させることにより、Heliotron E磁場における高エネルギー粒子の閉じ込めの固有性を明らかにすることを試みる。Heliotron E磁場には、WVII-Aのような標準的ステラレーター磁場には見られない幾つかの際立った特徴があるので、この比較は興味深い。すなわち第2章で述べたように、前者は、大きな回転変換($\tau > 1$)、大きな磁気シア Θ 、そして深いヘリカルリップル ϵ_h で特徴づけられている。これに対して後者では、 τ ($\lesssim 0.5$)は小さく、 Θ はゼロに近く、 ϵ_h も浅い。言いかえると、Heliotron E配位では、ヘリカル磁場がトロイダル摂動磁場に比べて卓越しているが、WVII-A配位ではその逆である。シミュレーションの結果、Heliotron Eの垂直に近い入射の加熱特性は、WVII-Aと大きく異なることが分かった。ここで、その対照的な結果を、二つの磁場配位中の捕捉粒子軌道の性質と速度空間損失領域(ロスコーン)の構造の違いで説明する。

序論で紹介したように、その後のWVII-A実験では、プラズマ中に径(方向)電場が存在していて高速イオンの軌道損失を減らしていることが現象論的なレベルで分かってきた。この章の後半(§6.2)では、径電場によって起こる $E \times B$ ドリフト共鳴がヘリカル系においてロスコーンの形成や変形に深く関わっていることを明らかにする。ここでWVII-Aにおける垂直入射ビームイオンの径電場による閉じ込め改善のメカニズムを解き明かす。また、WVII-AとHeliotron E配位における $E \cdot B$ ドリフト共鳴の役割の相違について考察する。

§ 6. 1 電場が無視できる場合の軌道損失

a. ドリフト軌道追跡を考慮したモンテ・カルロ計算

従来ヘリカル系では、NBIの入射角が磁場に対して垂直に近い場合、高速イオンがヘリカル捕捉軌道上に生まれるので、標的プラズマの有効な加熱が起こりにくいと考えられてきた[5,6]。ところがW7-A Stellarator実験では、序論でもふれたように、垂直に近い入射にもかかわらず、高いイオン温度($T_i \gtrsim 1 \text{ keV}$)の無電流プラズマを生成することが可能だった。予想を上回る垂直入射実験の結果は、W7-Aプラズマに強い径電場が形成されていて、高速イオンとバルク・イオンの損失を減らしているためと考えらるに至った[7,8]。W7-Aにおける径電場による高速イオンの閉じ込めの特長性については、次節で詳しく考察する。

この節では、ヘリカル系における垂直入射のもう一つの可能性を、径電場を仮定せず高速イオンの古典的な減速過程だけを仮定して検討する。ここで述べるシミュレーションは、Heliotron E配位におけるヘリカル捕捉粒子の閉じ込めが、径電場が存在しないときでさえ、古典的なステラレーターに対して報告されている程には悪くないという筆者らのドリフト軌道計算の結果に動機づけられている。垂直NBIは、ヘリカル捕捉粒子の挙動と関連して理論的に興味深いだけではない。垂直NBIは、次世代の大型核融合実験装置において、①比較的ひくい加速電圧を使って、入射ビームのプラズマへの十分な浸透が期待できること、そして②入射装置のトラス本体への接近性(アクセス)の良さ——の二つの観点から実験的に利点があると言われている。この意味からも、垂直入射による加熱効率の良否を明らかにしておく必要があるだろう。

減速過程における高速イオンの軌道損失を調べるには、第2章および3章で準備したドリフト軌道の計算コードと、第4章でモデル化したビームの吸収と第5章でモデル化したモンテ・カルロ衝突オペレータと結合した三次元モンテ・カルロコードHELIOSをもちいて、高速イオンの発生から熱化にいたるまでの全過程のシミュレーションを行えばよい。

ドリフト方程式を数値的に解くとき、時間ステップ幅に対する厳しい制限が問題になる。案内中心近似をもちいて——磁力線にまきついた速い旋回運動を平均化して——最も厳しい時間スケール(サイクロトロン周波数)を消去してもなお、高速イオンの運動には、二つのかけ離れた特徴時間スケールが含まれているからである。速い特徴時間は、 e_i に捕捉されたイオンのバウンス時間 τ_b であり、ゆるやかな特徴時間は、第5章で

述べた高速イオンの減速時間 τ_{s1} である。シミュレーションの目的は、入射ビーム・イオンの減速の結果として得られる加熱パワーを評価することにあるが、軌道追跡にもちいる時間ステップ Δt は、（精度を保つために） τ_b より短く抑えなければならない。したがって、ドリフト方程式は効率よく解く必要がある。Heliotron Eのパラメータに対して、これら二つの時間スケールの典型的なオーダーは、標的プラズマとして $T_e \cong 1 \text{ keV}$, $n_e \cong 1 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ を仮定すると、 $\tau_b \approx 10^{-6} \text{ s}$ であり、 $\tau_{s1} \cong 10^{-2} \text{ s}$ である。なお、この章のシミュレーションは、ヘリカル捕捉粒子の影響を調べることを目的としているので、通過粒子の追跡時間を大幅に短縮できる可能性のあるDei-Casによって提案された加速法[9]は、（オプションとしてはコードに含まれているが）ここでは使わなかった。

b NBI加熱効率の入射角依存性

この項で、ドリフト軌道を考慮したモンテカルロ・コードHELIOSを用いて、Heliotron E配位におけるNBIの加熱効率をW7-A Stellaratorの場合と比較する。加熱効率を求めるシミュレーションの手続は、以下のとおりである。

① ここでは、水素プラズマ H^+ へ水素ビーム H^0 を入射した場合を扱う。不純物としては、一種類（酸素）で代表させ、 Z_{eff} を入力パラメーターとして指定する。もちろん、水素以外の標的プラズマやビームイオン、また酸素以外の不純物の組み合わせに拡張することは容易である。

② まず、第4章で説明したモンテカルロ・アルゴリズムによって、入射ビームのパスに沿って高速イオンの発生点を求める。ビーム粒子のプラズマによる電離の原子過程としては、①荷電交換（イオン、不純物イオン）と②衝突電離（電子、イオン）を考える。入射エネルギー E_0 が30 keVあたりでは、荷電交換が主要な過程である。

③ 多数（典型的には50-1000個）のテスト粒子を、案内中心の初期値と局所的な発生率に比例するウェイトを指定して発射する。第2章と3章で述べた ∇B および曲率ドリフトを含んだドリフト方程式をモデル磁場中での高速イオンの追跡にもちいる。ドリフト方程式は、自動オーダ可変かつ自動ステップ幅可変のAdams法を用いて解く。

④ 発射した高速イオンのドリフト軌道を、第5章で述べたモンテカルロ法によってクーロン衝突と荷電交換とを考慮しながら、減速時間 τ_{s1} のオーダまで追跡する。

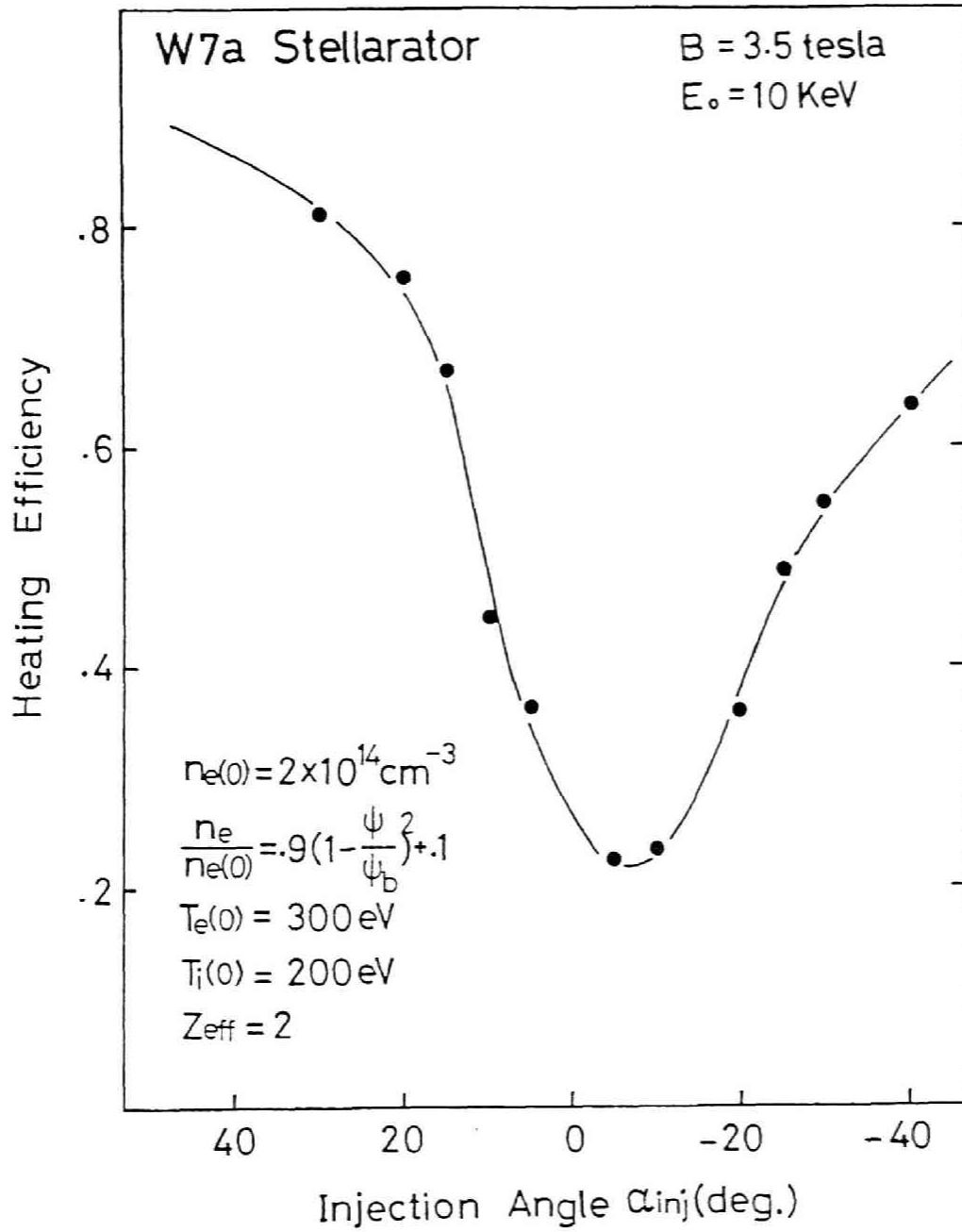


図6 1 W7a Stellarator配位におけるNBIの加熱効率の入射角依存性。入射角0°は垂直入射を意味する。

すなわち、一定時間 間隔 δt もごとに、軌道の追跡を中断し、衝突を起こさせ、その衝突で決まる新しい速度で、追跡を再開し、高速イオンが熱化されるか、あるいは閉じ込め領域外に失われるまで計算をつづける。

⑤ 軌道損失 (orbit-loss) は、高速イオンが、“閉じ込め境界” (ポロイダル断面が円形のトーラスとする) の外にはみ出たとき生じたと仮定する。この“閉じ込め境界” は、高速イオンの損失を定義するために、計算の便宜上導入した。“閉じ込め境界” の半径は、ほぼ最外殻磁気面の長径に一致するように指定した。

⑥ 標的プラズマの密度 (n_e , n_i)、温度 (T_e , T_i) そして中性粒子密度 (n_0) の分布は、磁束 ψ の関数としてあたえる。磁束関数 ψ を使うことにより、複雑な磁気面のかたち (非円形の断面をもち、トーラス方向にヘリカルにねじれている) を自然に取り入れることができる。有効電荷 Z_{eff} は、空間的に一様とした。また標的プラズマのすべてのパラメータは、時間に依存しない (定常) とする。そして MHD 不安定性のような磁場のゆらぎは無いものとする。

図6-1は、WVII-A Stellaratorでは、ビームの入射角を磁場に対して垂直に近づけるにつれて、加熱効率が単調に減少することを示している。ここでは、入射ビームは、単一エネルギーで、かつペンシル ビームであると仮定して計算した。加熱効率の定義は、「高速イオンの減速によって標的プラズマの電子およびイオンに伝達されるパワーの、ポートを通過したパワーに対する比」である。図6-1の結果は、同じ条件の下でガルヒン (Garching) のマックス プランク研究所で、Dei-CasコードとListerコードとをもちいて行われたモンテ カルロ計算の結果と良い一致を示した [1,5]。 (これはコードのベンチ マーク・テストと考えてよい。) ところが、Heliotron Eにおける加熱効率の入射角依存性 (図6-2) は、WVII-Aにおける依存性 (図6-1) と著しく異なることが本研究によってわかった。すなわち、Heliotron Eでは、加熱効率の最低値を与える入射角は、垂直 (0°) にではなく垂直から少し離れた角度 (約 $\pm 15^\circ$) にある。そして、Heliotron E配位では、垂直入射でも70%を超える加熱効率が得られた。ここで得たような加熱効率の入射角依存性は、以前トルサトロンについて行われた計算 [6] では、見いだされていない。図6-1と図6-2の加熱効率は、公平な比較を行うために、ほぼ同じ吸収効率を生じる条件のもとで計算したことを注意しておく；Heliotron Eのプラズマ半径は、WVII-A Stellaratorの半径の約2倍である

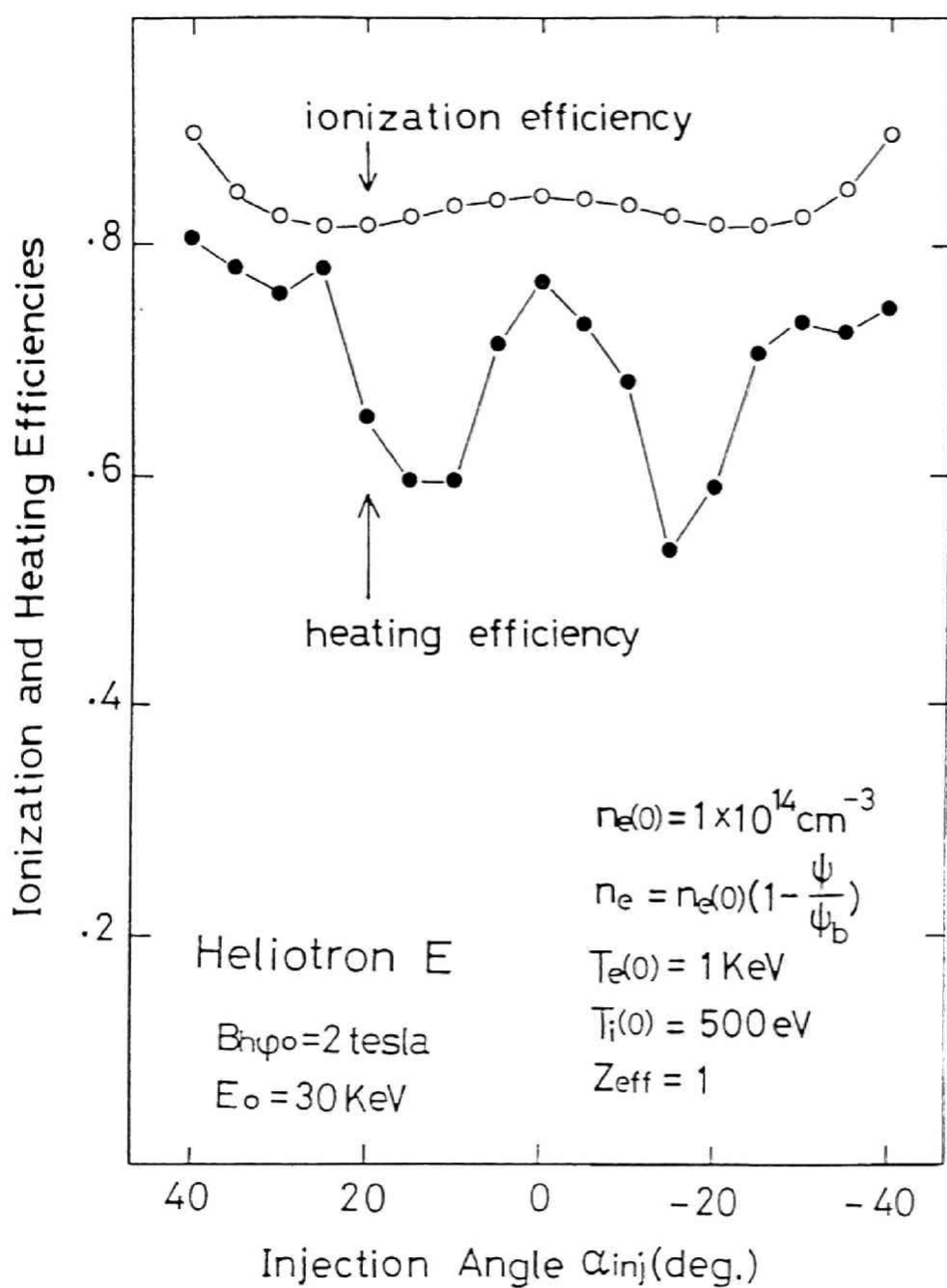


図6 2 Heliotron E 配位における NBI の吸収 (電離) 効率と加熱効率の入射角依存性。

から、逆にHeliotron Eの中心密度 $n_e(0)$ は、WVII-Aの密度の約0.5倍に選んで比較した。どちらの計算でも、高速イオンの荷電交換損失は無視した。したがって、図6.1と図6.2の加熱効率の入射角依存性の違いは、主として二つの磁場配位における軌道損失の違いによるといえる。

Velocity Space Loss Region (proton)

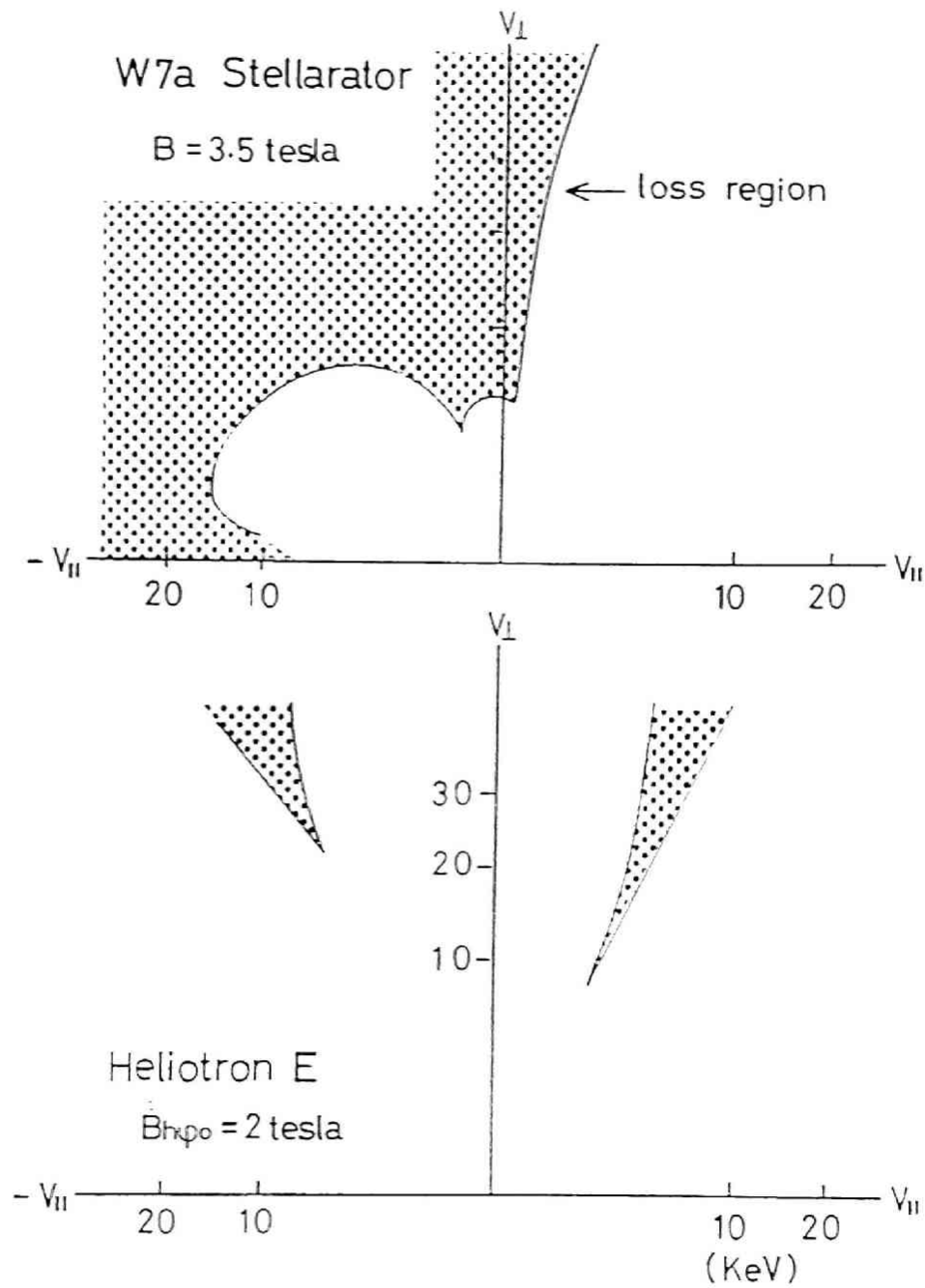


図6-3 W7-A Stellarator配位（上）とHeliotron E配位（下）の速度空間損失領域。計算位置は、赤道面上で小軸とヘリカルコイル半径の中点（ $r = a_c/2$, $\theta = 0$ ；トーラス外側）である。時間 0.1 (ms) のあいだ失われなかった粒子を閉じ込められたとした。

c. 高速イオンの速度空間ロス・コーン

高速イオンの速度空間損失領域（ロス・コーン）は、NBIの加熱効率を考える上で有用なダイアグラムである[10]。損失領域のかたちは、高速イオンの直接軌道損失の起こる条件を反映するので、加熱効率を粒子のドリフト軌道の性質に立ち戻って解釈するのに役立つ。NBIによってプラズマを有効に加熱するためには、速度空間損失領域への入射は、もちろん避けたほうがよい。

前節でえられたWVII-A Stellarator（図6-1）とHeliotron E（図6-2）の加熱効率の入射角依存性の違いを解釈するために、この二つの配位で多数のテスト粒子の無衝突ドリフト軌道を追跡し、速度空間損失領域をもとめて比較した。この比較の目的は、二つの配位の加熱特性の違いが、粒子軌道の性質のどのような差異に由来しているのか理解することにある。

図6-3に、電場がない場合に垂直入射のビーム・パス上でもとめたHeliotron EとWVII-Aの $(v_{\parallel}, v_{\perp})$ 空間の損失領域をしめす。WVII-Aでは、 v_{\perp} 軸近くに存在する粒子は、閉じ込められていない。またWVII-Aでは、回転変換が小さい（この計算では $\epsilon \cong 0.23$ を仮定した）ので、高エネルギーの反平行（counter-streaming）通過粒子も閉じ込められていない。これに対してHeliotron Eでは、ロス・コーンは v_{\perp} 軸に関して近似的に対称な二つの部分に分離している。これは、ヘリカル捕捉粒子のうち v_{\parallel} の小さいもの（深く捕捉された粒子）は閉じ込められることを意味する。また、磁力線に対して順方向および逆方向にトーラスをめぐる通過粒子の閉じ込めも、 ϵ が大きいのでWVII-Aに比べて良い。図6-3におけるロス・コーンの極小エネルギーを与えるピッチ角は、図6-1と図6-2における加熱効率のくぼみに対応している。WVII-AとHeliotron-E配位で、 $v_{\parallel} = 0$ 近傍のロス・コーンのかたちが大きく異なること、そしてその差が垂直入射の加熱特性の大きな違いとなって現れることは、本研究によって初めて明らかになったことである。なお、非軸対称系（ $\partial/\partial\phi \neq 0$ ）では、速度空間損失領域のかたちは、 r, θ 座標だけでなく ϕ 座標にも依存する。また、トーラスの内側では、トーラスの外側に比べて損失領域が狭い。

つぎに、どういう種類の粒子がロス・コーンを形成しているか、調べてみよう。図6-4(a)-(d)に、Heliotron Eの速度空間における〈ロス・コーン境界〉付近の無衝突ドリフト軌道のピッチ角依存性を示した。ピッチ角 α が 60° のとき、高速イオンは通過軌道を描き（予想どおり）良く閉じ込められている（図(a)）。ピッチ角を 65° まで増

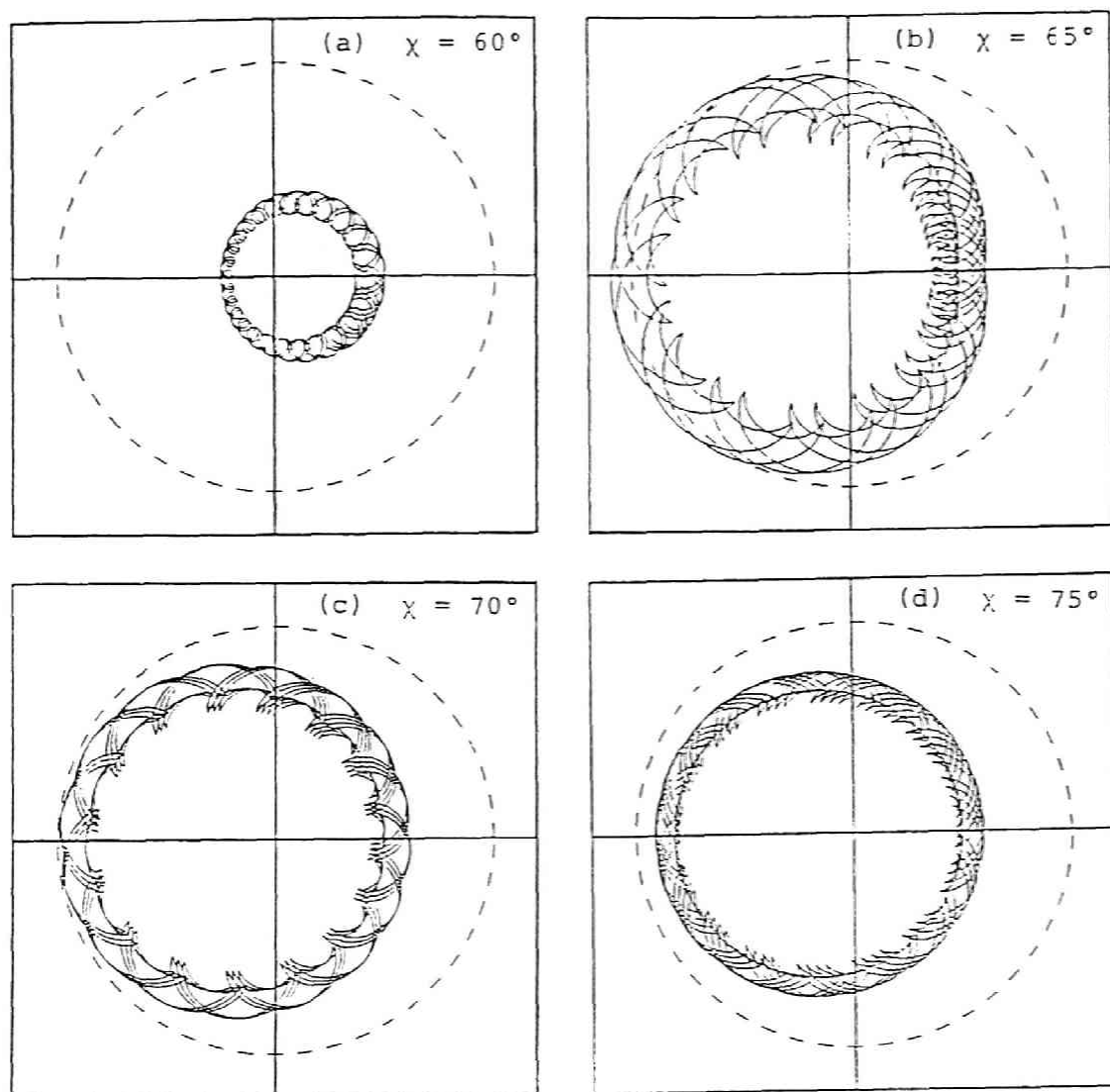


図6-4 Heliotron E配位中の高速イオン軌道のピッチ角(χ)依存性。ロス・コーン境界付近のドリフト軌道を(r, θ)面に投影したもの。粒子の初期位置は、図6-3の計算と同じである。

- (a) $\chi = 60^\circ$: 閉じ込められる通過粒子
- (b) $\chi = 65^\circ$: 失われるヘリカル捕捉粒子
- (c) $\chi = 70^\circ$: 限界的に閉じ込められるヘリカル捕捉粒子
- (d) $\chi = 75^\circ$: 閉じ込められるヘリカル捕捉粒子

やすと、高速イオンは、ヘリカル・リップルに捕捉され、磁気面からの〈ずれ〉が大きくなって、破線の円で示した“閉じ込め境界”と交わってしまう（図(b)）。しかしながら、粒子のピッチ角を、さらに、 70° （図(c)）そして 75° （図(d)）にまで増やすと、ヘリカル捕捉粒子の磁気面からの〈ずれ〉は逆に減り、破線の円と交わることなく閉じ込められる。このときドリフト軌道は閉じ込め領域内をポロイダル方向に、したがってトロイダル方向にも、歳差（precession）運動を行いながら周回する。このようなドリフト軌道をトランジット バナナ（transit banana）と呼ぶ[11]。Heliotron E 配位では、ヘリカル・リップルが深いので、ヘリカル捕捉粒子の数（ $\sim\sqrt{\varepsilon_n}$ ）は多い。しかしヘリカル捕捉粒子の「単一粒子的」閉じ込めは、ステラレーターに対する計算結果[12]ほどには悪くない。

図6. 3と図6. 4の結果から、ヘリオトロンの磁場中のヘリカル捕捉粒子は、ピッチ角に応じて、二つのサブ・グループに分けて考えると便利であることがわかる。すなわち、一つは、かろうじて捕捉（barely-trapped）された粒子（ $v_{\parallel} \lesssim v_{\perp} \sqrt{2\varepsilon_n}$ ）であり、もう一つは、深く捕捉（deeply-trapped）された粒子（ $v_{\parallel} \ll v_{\perp} \sqrt{2\varepsilon_n}$ ）である。前者は、閉じ込め領域から失われ、ロス・コーンを形成する。これに反して v_{\parallel} の小さい後者は、システム内に閉じ込められる。両者を分かつ臨界的なピッチ角 α_c は、粒子のエネルギーと出発位置とに依存する。

d 深く ε_n に捕捉された高速イオンの閉じ込め

ヘリカル・リップルに深く捕捉された粒子を閉じ込めうるヘリオトロンの磁場の性質は、リップルの底で捕捉粒子が受ける大きなポロイダル・ドリフトで説明できる。ヘリカル捕捉粒子の水平方向のシフト Δ は、ヘリカル・リップルが作る磁場の勾配によるポロイダル角周波数 Ω_n と、トーラス効果 ε_t による垂直方向のトロイダル・ドリフト U_{tor} のバランスできまる

$$\Delta = \frac{|U_{tor}|}{|\Omega_n|} = g(\kappa^2) \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_n} \cdot r \quad (6.1)$$

ここで、 $g(\kappa)$ は、引数 $\kappa^2 \equiv v_{\parallel}^2 / (2\varepsilon_n v_{\perp}^2)$ が0.83より小さいとき、 κ^2 の単調減少関数である[11]。シフト量のプラズマ径に対する比 Δ/a は、粒子のエネ

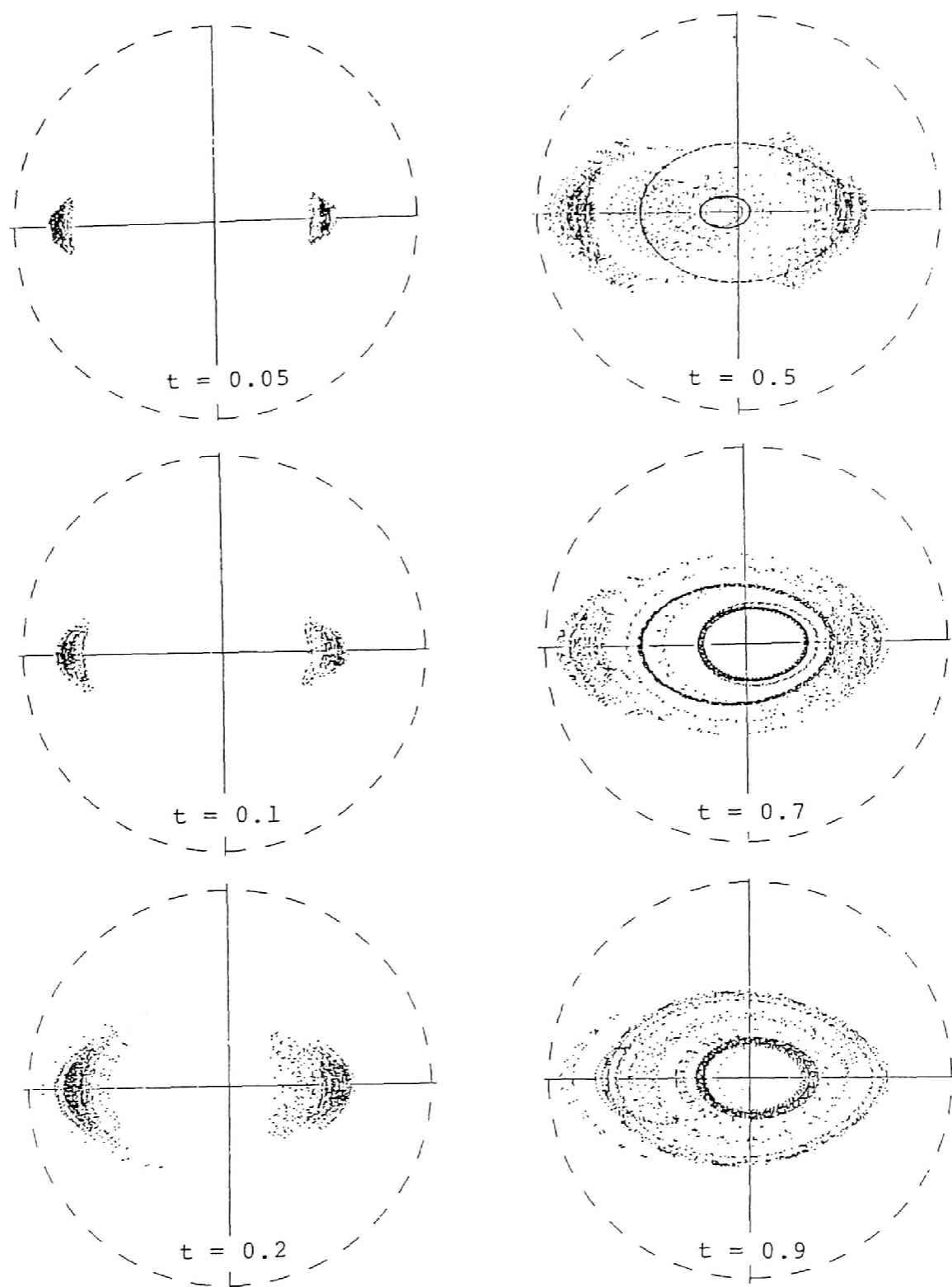


図6 5 実空間におけるテスト高速イオン分布の時間発展 (Heliotron E 配位)。出発点がトーラス外側 (図の右側) の場合。ドリフト軌道が、ある子午面 ($\phi = \text{一定}$) を貫いた点をプロットした図 (puncture plot)。この子午面上では、磁気面の長軸は水平方向にあり、ヘリカル巻線 ($\ell = 2$) は図の上 下に位置している。時間 t は、電子イオン間の減速時間 t_{se} で規格化した。入射ビームは、図の右側から打ち込んでいる。

ルギーに依らず、磁場構造と粒子のピッチだけに依存することに注意する。

かろうじて捕捉された粒子 ($\kappa^2 \approx 1$) は、バウンス運動の過程で、リップルの「底」ばかりでなく「ピーク」近くにも滞在しうる； ∇B ベクトルの方向は、リップル底で、動径内向き（磁気軸の方向）を指し、リップルのピークでは、反転して動径外向き（ヘリカル巻線方向）を指す。一般にドリフト速度 V_D ($\propto B \times \nabla B$) のポロイダル成分は、リップルの底で最大値をもち、粒子が反射点 (turning point) に近づくにつれて減少する。とくに、かろうじて捕捉された粒子の反射点近くでは、 ∇B の向きが反転するため、 $(V_D)_\theta$ の符号が局所的に変わることさえ起こる。したがって、浅く捕捉された粒子ほど、閉じ込めに必要なポロイダル角周波数のバウンス平均 $\Omega_n \cong \langle (V_D)_\theta / r \rangle$ の値が小さくなる。それゆえ、かろうじて捕捉された粒子にたいして、 Ω_n はトロイダルドリフトを補償するのに不十分になりうる。一方、深く捕捉された粒子 ($\kappa^2 \ll 1$) は、ヘリカル・リップルの底のあたりに拘束される。すなわち、このような粒子は楕円断面をもつ磁気面の長軸の先端あたりに滞在する；この位置では ∇B は動径内向きを指していて、バウンス運動の過程で ∇B の符号は変わらない。したがって、深く捕捉された粒子 ($\kappa^2 \ll 1$) に対して、角周波数 Ω_n は最も大きくなり、捕捉粒子軌道の水平方向のシフト Δ を小さく保ち、閉じ込め領域内に保持できることになる。Heliotron E ではヘリカルリップルが大きいので、深く捕捉された粒子について $\Delta/a \equiv \varepsilon_t(a)/[2\varepsilon_n(a)]$ は約 15% という小さなものになる。

先ほど少しふれたように、文献 [7] で調べられた $\varrho = 2$ ultimate torsatron と $\varrho = 3$ classical torsatron について報告された加熱効率の入射角依存性は、トルサトロン配位がヘリオトロン配位と概念的に等価であるにもかかわらず、異なっている。これらのトルサトロン配位における加熱効率は、入射角がトロイダル方向に対して垂直に近づくにつれて減少すると報告されている。この違いを説明する可能な理由は、これらの配位が Heliotron E 配位に比べ、①小さなプラズマ アスペクト比 $A_P \equiv R_0/a$ 、そして②浅いヘリカルリップルを持っているため、と推察される。すなわち、これらの配位のヘリカル捕捉粒子は、Heliotron E 配位 ($R_0/a = 1.1$, $\varepsilon_n(a) = 0.3$) に比べて、磁気面からの〈ずれ〉が、より大きい。Heliotron-E 配位で垂直入射の加熱特性が良好であるという本節の解析結果は、付録 2 に記したモデル磁場を使って得られたものである。その後、より厳密なヒオサバール則から得られる磁場をつかった HELIOS コードの新バージョンやオークリッチ国立研究所で開発されたコードによ

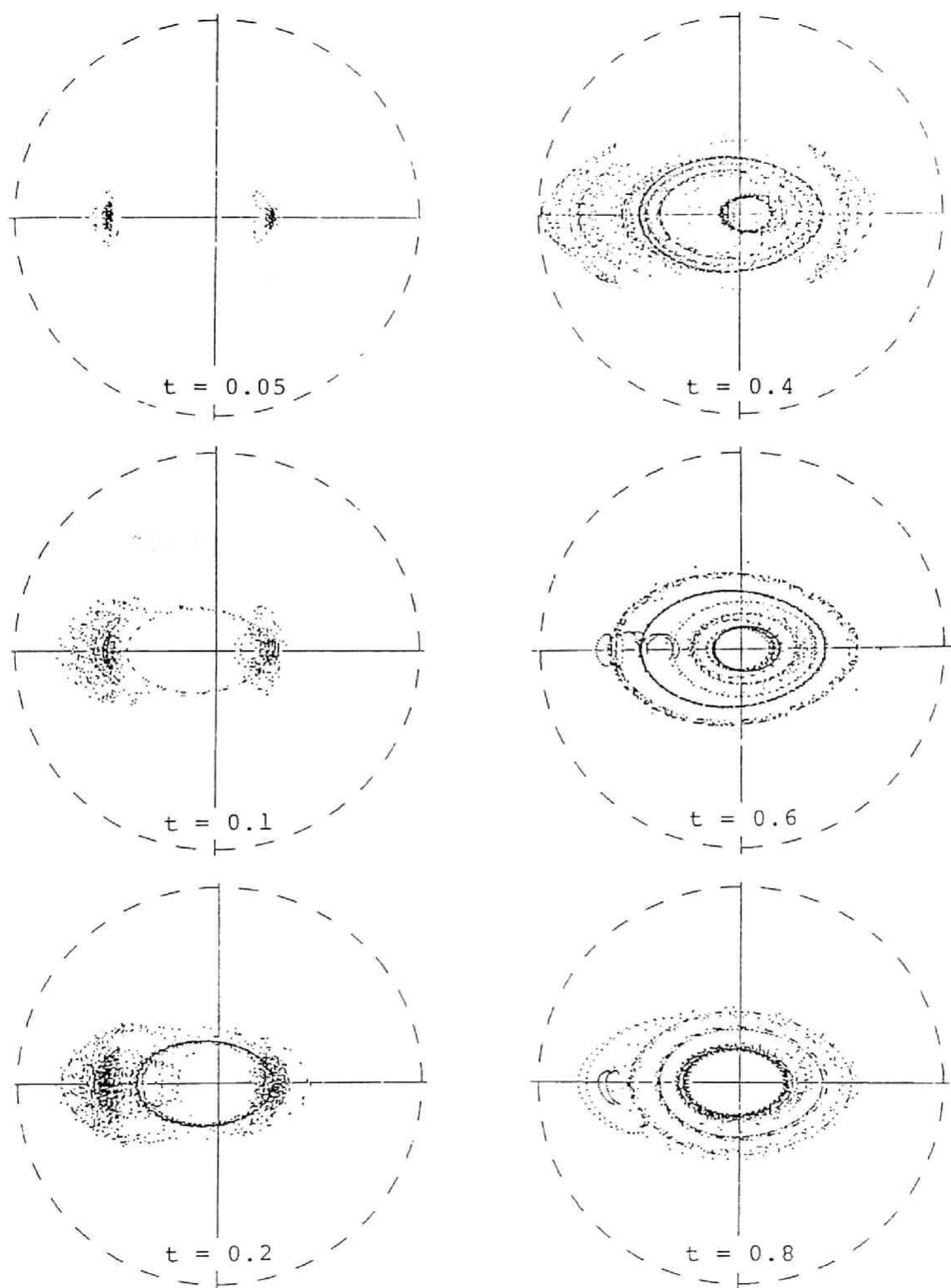


図6-6 実空間におけるテスト高速イオン分布の時間発展。計算条件は、出発位置がトーラスの内側であるのを除いて、図6-5に同じ。

る解析でも同様に良い加熱効率がヘリオトロンE配位の垂直入射にたいして得られている[13]。そして、アスペクト比の小さいATF配位における垂直入射の結果はヘリオトロンEに比べてずっと大きな軌道損失が生じることが分かっている。一方、低アスペクト比($m \leq 1.2$)の配位では、接線入射が可能になる。ATFでは、接線入射によって、ロスコーンへの入射を避け、加熱パワーを確保できる。

図6.5と図6.6に背景プラズマとのクーロン相互作用の影響下で、垂直に入射したテスト粒子の実空間における分布が時間的にどのように発展するかを示す。図6.5は、テスト粒子がトーラスの外側(図の右側)で電離した場合のものである。高速イオンは最初、ヘリカルリップルに深く捕捉された軌道上に生まれ、よく閉じ込められている。時間の経過とともに、"ヘリカル・バナナ"は速度空間においてピッチ角散乱を受け、 $v_{||}$ 成分を得て"成長"してゆく。時間 t が $0.5 t_{s,e}$ に達した時、通過粒子が現れているのがわかる。時間がさらに経つと、通過粒子の数が増え、やがてそれらは熱化にいたる。図6.6の計算条件は、粒子の出発点がトーラスの内側であることを除いて、図6.5と同一である。トーラスの内側から出発した粒子は、トーラスの外側から出発した粒子に比べて閉じ込めが良い(すなわち、より磁気軸ちかくを運動する)。この理由は、トーラスの内側から発した粒子は、出発点から動径内向きにドリフトするからである。粒子軌道のこの性質は、トーラスの内側では速度空間損失領域が狭い(あるいは、存在しない)ことに対応している。高速イオンの閉じ込めと関連するもう一つの重要な性質として、無衝突リップル離脱(detraping)がある。トーラスの内側から発した粒子は、動径内向きにドリフトし、ヘリカルリップルの浅い磁気軸近くを通過するので、無衝突リップル離脱が起こり易い。このプロセスは、局在(ヘリカル捕捉)軌道から通過(非捕捉)軌道への遷移を増大させる。これらの計算結果から、Heliotron Eにおいて垂直入射によって、ヘリカル捕捉軌道上に生まれた高速イオンは、速度空間で偏向を受け、あるものは速度空間の損失領域へ失われるが、多くは通過粒子に遷移し熱化することがわかった。

これまで、ビームの入射角と高速イオンの軌道損失の関連を調べてきた。つぎに、標的プラズマのパラメータが軌道損失におよぼす影響を調べる。図6.7は、高速イオンの軌道損失(パワー損失割合)の $\tau_{s1}(0)/\tau_d(0)$ に対する依存性を表している。ここで、 $\tau_{s1}(0)/\tau_d(0)$ は、小軸上での減速時間と偏向時間の比である。

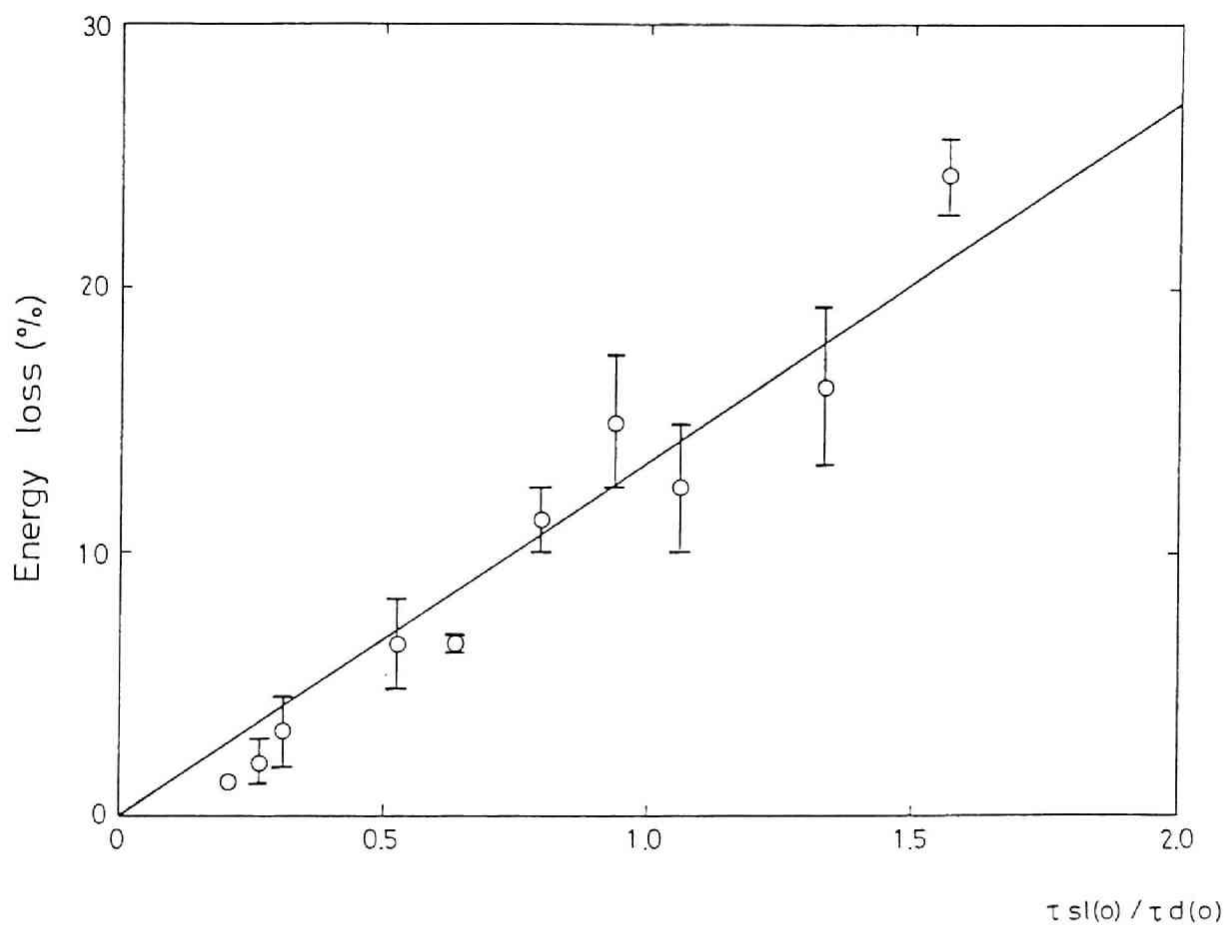


図6-7 軌道損失 (orbit loss) の、減速時間 (τ_{sl}) の偏向時間 (τ_d) に対する比 (τ_{sl}/τ_d) への依存性。ここで τ_{sl}/τ_d は、軸上のパラメーターを使って評価した。軌道損失はReliotron E 磁場に垂直に入射したテスト粒子について測定した。

$$\frac{\tau_{st}}{\tau_d} \propto Z_{eff} \left(\frac{T_e(0)}{E_0} \right)^{3/2} \ln \left\{ 1 + \left(\frac{E_0}{E_{crit}} \right)^{3/2} \right\} \quad (6.2)$$

ここでエネルギー損失は、Heliotron E 磁場に垂直に入射したテスト粒子について測定した。軌道損失に注目しているので荷電交換損失は再び無視した。図6. 7から、軌道損失は τ_{st}/τ_d に比例することがわかる。これは、 Z_{eff} が大きいほど、また T_e が高いほど、軌道損失が増すことを意味する。Heliotron Eにおける高速イオンのふるまいは一見複雑であるが、軌道損失に対するスケーリングは比較的単純であるといえる。

§ 6 2 電場が存在する場合の軌道損失

a 径電場の高速イオン閉じ込めに果たす役割

前節までに、ロス コーンの計算とモンテ カルロ シミュレーションによって、W VII-A Stellarator配位では、Heliotron E配位に比べて、垂直入射の加熱効率が悪いことを予測した。すでに述べたようにW VII-Aの実験では、垂直に近い入射にもかかわらず、1 keV程度の高いイオン温度が達成された。W VII-AにおけるNBIの結果は、プラズマ中の径（方向）電場が熱イオンだけでなく高速イオンの閉じ込めも改善しているためだと考えられている。径電場の存在は、W VII-Aでポロイダル回転の評価から実験的に確かめられた[7,8]。不純物ラインのドップラー シフトの測定は、内向きの径電場 E_r のつくる $E \times B$ ドリフトに対応する速いポロイダル回転（ $V_\theta \cong 10-30$ km/s）の存在を示していた。一方理論的には、 $E \times B$ ドリフトの項を含めたODINコードの計算により、径電場 E_r にW VII-A配位で垂直に近い入射の加熱効率を大きくする効果のあることが示された。

このように、W VII-Aプラズマに径電場 E_r が存在していることと、径電場が高速イオンの閉じ込めへに影響を及ぼしていることは、現象論的には理解されたといえるが、以下に述べるような依然として明らかにしなければならない幾つかの問題点がある。ここでは、文献[14]における研究をさらにおし進め、径電場の高速イオン閉じ込めの機構そのものを探る。すなわち、W VII-A配位で $E \times B$ ドリフトが、どのようにして高速イオンの軌道のトポロジーを変え、垂直入射の加熱効率を改善できたのかについて粒子軌道の性質にもとづいて調べる。W VII-Aにおける径電場による高速イオンの閉じ込めのメカニズムの特殊性を明らかにすることは、W VII-A実験を理解するためばかりでなく、Heliotron Eやその他のヘリカル装置における径電場の役割を予測するためにも意義がある。

実際、W VII-Aで見い出された「電場による高速イオンの閉じ込め」は自明な現象ではない。径電場には、熱イオンの閉じ込めを改善する働きがあることはよく知られているけれども、高エネルギー粒子の閉じ込めをも改善できるとは限らないからである。W VII-Aでプラズマのポロイダル回転から見積もられたポテンシャルの大きさ（ $\Phi_0 = 2-4$ keV）は、熱イオンのエネルギー（ $T_i = 1$ keV）に比べて非常に大きいけれども、入射ビームイオンのエネルギー（ $E_0 = 27$ keV）と比べるとむしろ小さい。そこで、「この程度の“小さい”ポテンシャルが、どのようなメカニズムによって、垂直に入射され

た高速イオンの閉じ込めを改善できたのか」という疑問が生まれる。熱イオンと高速イオンとの間の、比 $q\Phi_0/E$ のオーダーの違いは、電場による閉じ込めの機構が、熱イオンと高速イオンとでは異なっていることを示唆する。

WVII-A の NBI 実験に関して生じるもう一つの疑問は、“逆入射”実験の結果についてである。この問いを説明する前に、“順 (co) 入射”と“逆 (counter) 入射”の定義を明確にしておこう。WVII-A では、“順入射”と“逆入射”という言葉が、ふつうトカマクで接線入射に対して使われている意味ではなく、垂直入射にごく近い入射 ($\pm 6^\circ$) に対して使われていることに注意する。逆入射や順入射の定義は、本来プラズマ中のジュール電流の向きを基準としてなされるが、無電流プラズマの場合には、外部ヘリカル巻線のつくる回転変換とおなじ極性の回転変換をつくる仮想的な「等価内部電流」の向きを基準としておこなう。WVII-A では、ビーム・ラインは装置に固定されているので、実験的には HF コイルと TF コイルのすべての電流の方向を逆転させて、逆入射が実現された。さて逆入射に関する疑問に話をもどそう。WVII-A における逆入射実験は、高速イオン軌道の物理に関連した有益な情報をもたらした。図 6-1 のモンテ・カルロ計算や文献 [5] の結果から分かるように、逆入射 ($v_{||}/v \approx -0.1$) は、トカマクの場合と同様に順入射 ($v_{||}/v \approx +0.1$) に比べてずっと低い加熱効率をもつ ($\eta_{CTR} \ll \eta_{CO}$) はずである。予測に反して実験では、逆入射によって順入射で生成されるプラズマと遜色のないプラズマの生成が可能だった ($\eta_{CTR} \approx \eta_{CO}$) [7]。この実験データにも理論的説明を与える必要がある。

ここで明らかにしたい第三の疑問は、「WVII-A 配位では、高速イオンの軌道損失のうちヘリカル リップルに捕捉されることによる損失はどれくらい大きいのか」である。高速イオンの閉じ込めのメカニズムの解明がわれわれの目的だから、どのようなタイプの軌道が閉じ込められないか、まず知る必要がある。非軸対称トーラスでは一般に、トロイダル捕捉 (バナナ) 粒子は、ヘリカル捕捉粒子にくらべて、より閉じ込めやすいと考えられている。しかしこの常識は、WVII-A における高速イオンには当てはまらない。(ヘリカル捕捉がトロイダル捕捉より重要になるのは、小さいラーマ半径の極限においてである。) VII-A は、プラズマ アスペクト比 R_0/a が大きく回転変換 ω も中程度であるため、入射された高速イオンは大きなポロイダル ラーマ半径 $\rho_{LE} (= m v_{\perp} / q B_0)$ をもちうる。その結果、WVII-A では、高速イオンのバナナ巾は、プラズマの小半径より大きくなりうる。このような配位中の高速イオンは、トロイダル リップル

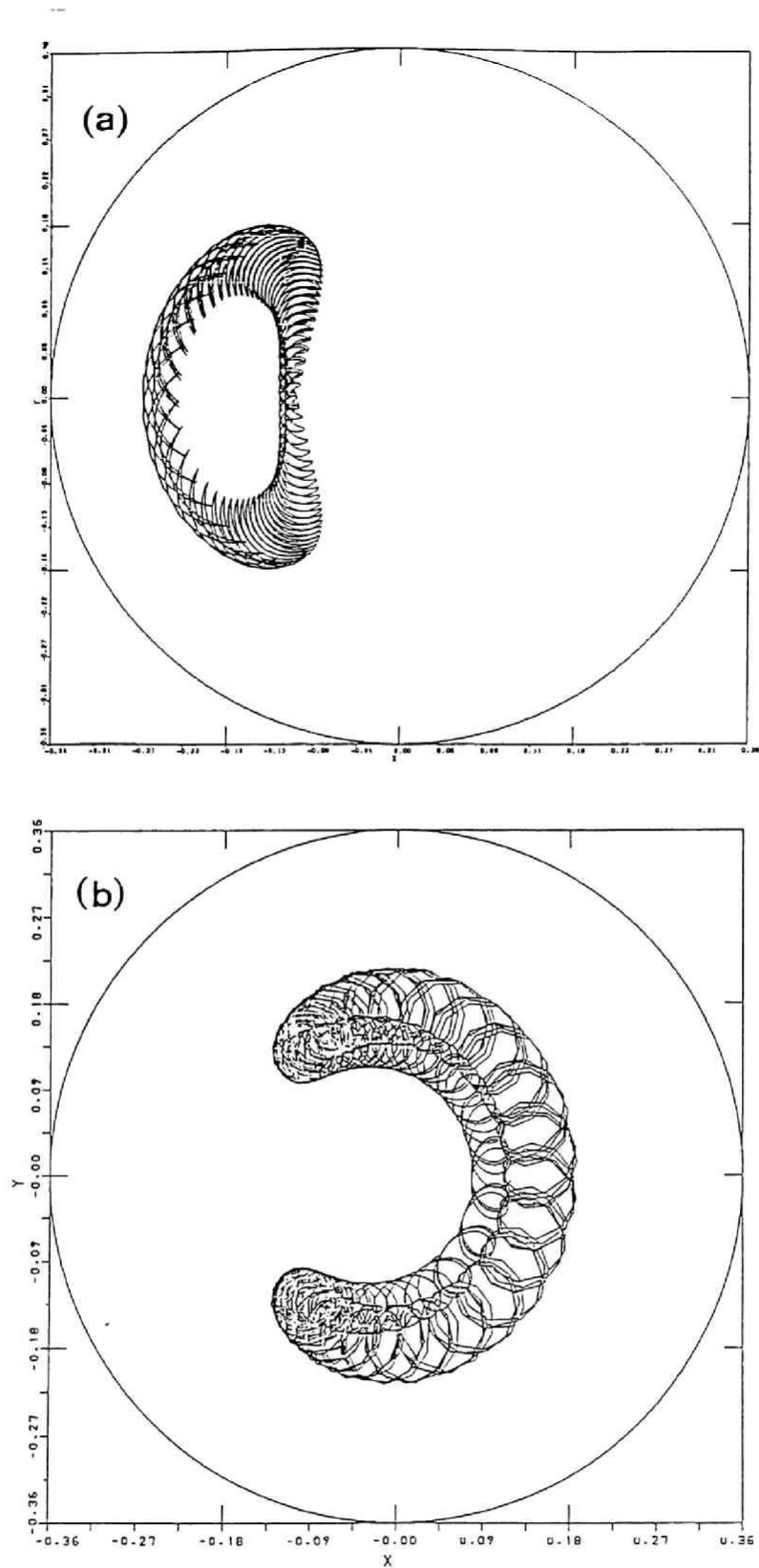


図6 S Heliotron E配位における二種類の共鳴粒子軌道（3 k e Vのプロトン）。

ポテンシャル分布として、 $\Phi = \Phi_0 (1 - \psi/\psi_0)$ を仮定した。

(a) resonant superbana 軌道、 $\Phi_0 = -0.75 \text{ kV}$ 、 $v_{\parallel}/v = 0.26$ 。

(b) resonant banana 軌道、 $\Phi_0 = +6 \text{ kV}$ 、 $v_{\parallel}/v = 0.4$ 。

ϵ_i に捕捉されると太いバナナ軌道を描き直ちにプラズマから失われることになる。したがって、バナナ粒子と径電場の相互作用を理解することが、WVII-A Stellaratorにおける垂直入射イオンの閉じ込めの理解の鍵となる。

b. $E \times B$ ドリフト共鳴による高速イオンの軌道損失

プラズマ中に電場が存在するとき、ヘリカル配位における荷電粒子の閉じ込めが、どのような条件（ポテンシャルの極性、大きさ、分布）のもとで改善されたり劣化したりするのか少し一般的に調べてみる。本研究では、高速イオン閉じ込めに及ぼす径電場の影響を調べるにあたって、 $\langle E \times B$ ドリフト共鳴 \rangle の役割に注目した。 $E \times B$ ドリフト共鳴は、過去において、熱イオンの閉じ込めに関連して論じられることはあったが、高速イオンの閉じ込めとの関連を論じたものは少ない。

トロイダル装置では、荷電粒子の閉じ込めは、粒子になんらかのポロイダル回転運動をあたえてトロイダルドリフトを補償することにより達成できる。今までに何度かふれてきたように、通過粒子については、磁力線の回転変換がこのポロイダル回転を作る。一方、ヘリカル捕捉粒子については、ヘリカル・リップル ϵ_h から生じるバウンス平均ポロイダル・ドリフトからポロイダル回転運動が生じる。ところが、径電場が存在すると、 $E \times B$ ドリフトがつくるポロイダルドリフトが新たに加わるので、これらが相殺しあう条件のところで粒子の全ポロイダル回転はゼロになりうる。この条件は“共鳴”（resonance）と呼ばれている。共鳴の近くで軌道のトポロジーの大きな変化が起こり閉じ込めは失われる。すなわち共鳴粒子の磁気面からの〈ずれ〉は大きく、ビームイオンの軌道損失の原因となる。

トロイダル・ヘリカル磁場では、二種類の $E \times B$ ドリフト共鳴が存在することを数値的に確かめた[3]。一つをヘリカル共鳴（helical resonance）、もう一つをトロイダル共鳴（toroidal resonance）と名付けた。

- ① ヘリカル共鳴（ $\Omega_h + \Omega_{E \times B} = 0$ ）は、 $E \times B$ ドリフトがヘリカルリップルによる $B \times \nabla B$ ドリフトと共鳴するとき起こり、ヘリカル捕捉粒子に影響を及ぼす。ヘリカル共鳴は、ポテンシャルの符号によってイオンあるいは電子のどちらかに起こりうる。もしバルク温度の数倍の負のポテンシャルが存在すると、ヘリカル共鳴はテイルの粒子について起こる。これは、ヘリカル共鳴が垂直入射ヒームイオン

の閉じ込めに影響をあたえる可能性があることを意味する。

- ② トロイダル共鳴 ($\omega_{ce} / R + \Omega_{ExB} = 0$) は、 $E \times B$ ドリフトが回転変換と共鳴するときに起こり通過粒子の軌道に影響を与える。トロイダル共鳴は、ポテンシャルの符号にかかわらず起こりうる。ただし、ポテンシャルの符号に応じて co-streaming 粒子あるいは counter-streaming 粒子について起こる。

これらの共鳴条件の近傍で、共鳴スーパーバナナ (resonant superbanana) や共鳴バナナ (resonant banana) のような特徴的な粒子軌道が現れる。図 6. 8 (a) と (b) に Heliotron E 配位における共鳴スーパーバナナと共鳴バナナ軌道の例を示す。ここで述べた二種類のドリフト共鳴のどちらが支配的になるかは、考えている磁場配位の性質、特に ε_h や ε_t の深さに依存する。

c. WⅦ-Aにおける加熱効率の径電場依存性

この項では、WⅦ-A Stellaratorにおける加熱効率と径電場との相関を調べる。本研究では、前項で述べた $E \times B$ ドリフト共鳴によって誘発される軌道損失に着目する。まず加熱効率を計算し、つぎに加熱効率の電場による変化と速度空間損失領域の電場による変化との関係を調べた[2]。ここでは、いくつかの仮定をおき、加熱効率を簡単化してもとめる。加熱効率の計算にもちいた仮定は以下のとおりである。

- ① 高速イオンの減速とビッチ角散乱は無視する。
- ② ペンシルビームのモデルをもちい、ビーム・パスに沿って発生する高速イオンのビッチ $v_{||}/v$ は一定とする。WⅦ-A配位では、 $(v_{||}/v)_{co} \cong 0.1$ ， $(v_{||}/v)_{ctr} \cong -0.1$ が、良い近似である。
- ③ ビームの三エネルギー成分($E_0, E_0/2, E_0/3$)を考慮する。
ここでは、 $E_0 : E_0/2 : E_0/3 = 0.4 : 0.3 : 0.3$ とした。
- ④ ビームの減衰とつきぬけ(shinethrough)損失を考慮する。ただし、中性粒子のイオン化は、WⅦA実験の密度に対する平均自由行程 λ_{mfp} をもちいて考慮し、詳細な原子過程はここでは考えない。

このようにビーム・モデルを簡略化したりクーロン衝突を無視したりすることにより、径電場と入射高速イオン軌道の相互作用に的を絞って、その影響を明らかにできる。高速中性粒子の吸収(電離)効率 η_{abs} と、簡単化した加熱効率 η_{heat} は、以下のような積分であらわされる。

$$\begin{aligned}\eta_{abs} &= \sum_{k=1}^3 \int_0^{2a} f_k(l) dl = 1 - \eta_{loss} \\ \eta_{heat} &= \sum_{k=1}^3 \int_0^{2a} w_k(l) f_k(l) dl\end{aligned}\tag{6.3}$$

ここで k についての和 Σ は、ビームの三エネルギー成分($E_0, E_0/2, E_0/3$)について加えることを意味する。この式で、 $f_k(l)$ は、ビーム・パス($0 < l < 2a$)に沿った高速イオンの生成分布であり指数減衰の式をもちいて計算できる。

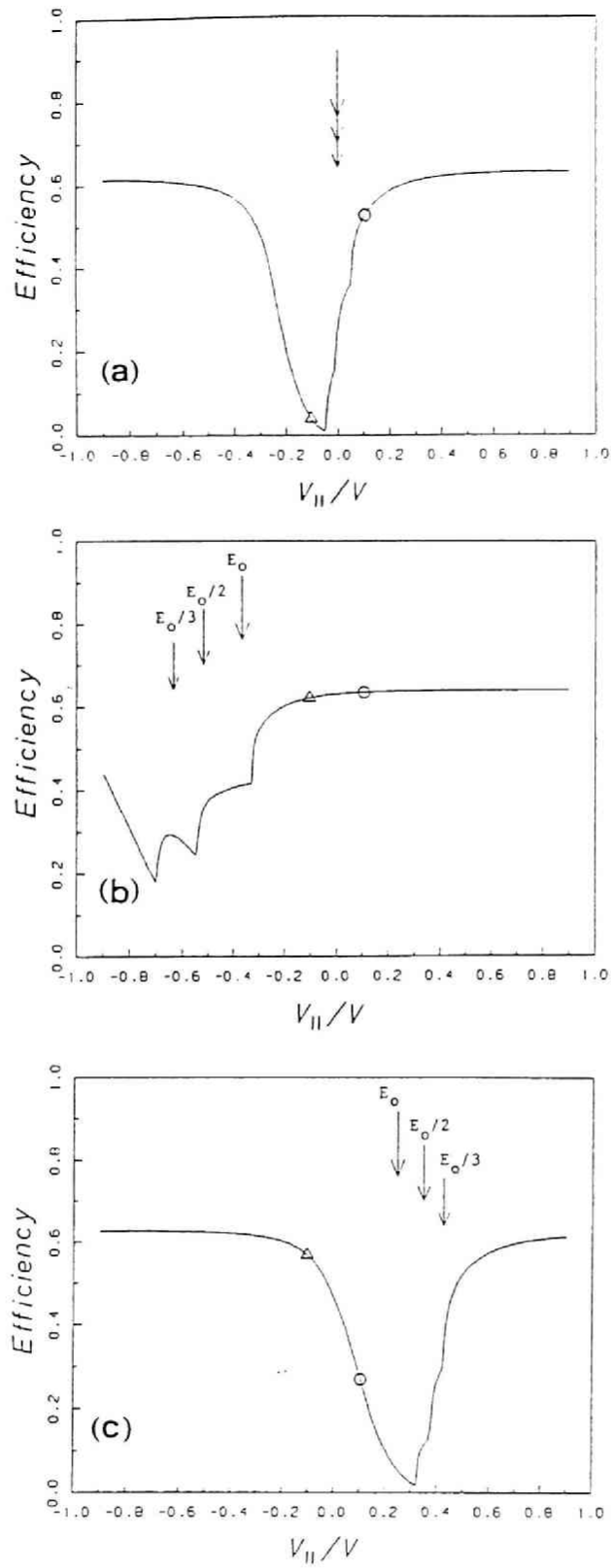


図6-9 W7-A Stellarator配位における加熱効率の入射ビッチ依存性。 $\zeta=0.5$, $B_0=3.2\text{ T}$, $E_0=27\text{ keV}$, ポテンシャル分布として、 $\Phi=\Phi_0(1-\psi/\psi_0)$ を仮定した。図中の○印は順 (co) 入射のビッチ ($v_{||}/v=0.1$) を示し、△印は逆 (counter) 入射のビッチ ($v_{||}/v=-0.1$) を示す。この計算では、つきぬけ損失は約37%である。(a) $\Phi_0=0\text{ keV}$, (b) $\Phi_0=-3\text{ keV}$, (c) $\Phi_0=+2\text{ keV}$

$$f_k(l) = -\frac{d}{dl} I_k(l)$$

$$I_k(l) = I_k(0) \exp \{-\Lambda_k(l)\} \quad (6.4)$$

$$\Lambda_k(l) = \int_0^l \frac{dl'}{\lambda_{mfD,k}}$$

ここで $I_k(0)$ ($k=1,2,3$) は、ビームのプロトン比を表し、 k についての和は1である。
重み関数 $w_k(l)$ は、高速イオンの軌道損失を考慮するために導入した。

$$w_k(l) = \begin{cases} 1; & \text{for confined orbit} \\ 0; & \text{for lost orbit} \end{cases} \quad (6.5)$$

重み $w_k(l)$ の値 (0 または 1) は、ビーム・パス上の点 l から出発する軌道が閉じ込められるかどうか調べることにより決めればよい。

ここで、W7-A Stellarator ではヘリカル捕捉粒子ではなく、軸対称的な共鳴バナナ軌道が垂直入射の加熱特性に鍵となる役割を果たしているであろう、という本研究の予想を確かめるために、まず二次元モデルを使って $w_k(l)$ を決めた。二次元モデルでは、軌道の時間発展を追うことなく、 $w_k(l)$ を決めることができる。すなわち運動の不変量：全エネルギー E_{total} と正準角運動量 P_ϕ

$$E_{total} = \frac{1}{2} m v_{||}^2 + \mu B + q \Phi = \text{const.} \quad (6.6)$$

$$P_\phi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = m R^2 \dot{\phi} + q A_\phi R = \text{const.} \quad (6.7)$$

が、初期点とプラズマ境界で同じ値をもつとして、与えられた粒子の初期値に対してプラズマ境界を通るような損失軌道が存在するかどうか判定した。ここで、 $R A_\phi = -\frac{1}{2} B_0 R^2$ の関係がある。

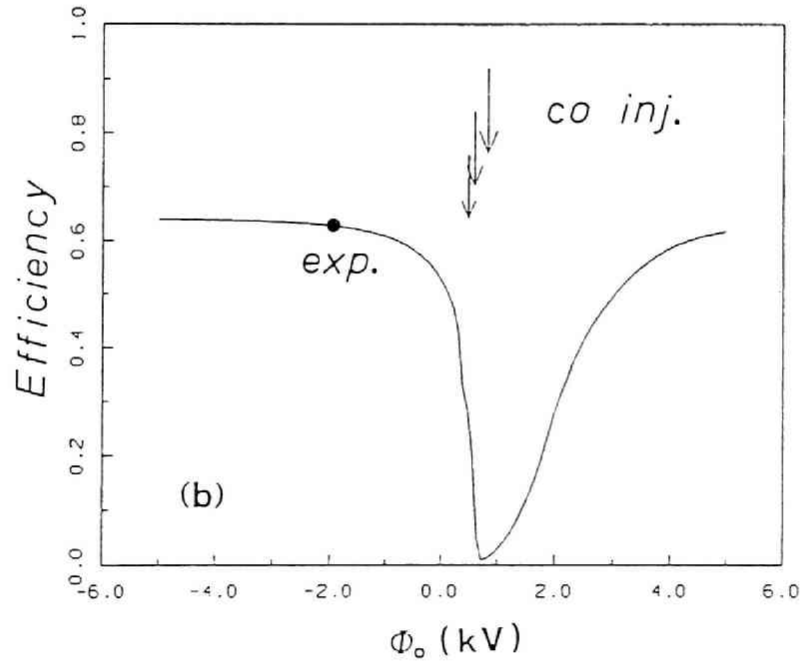
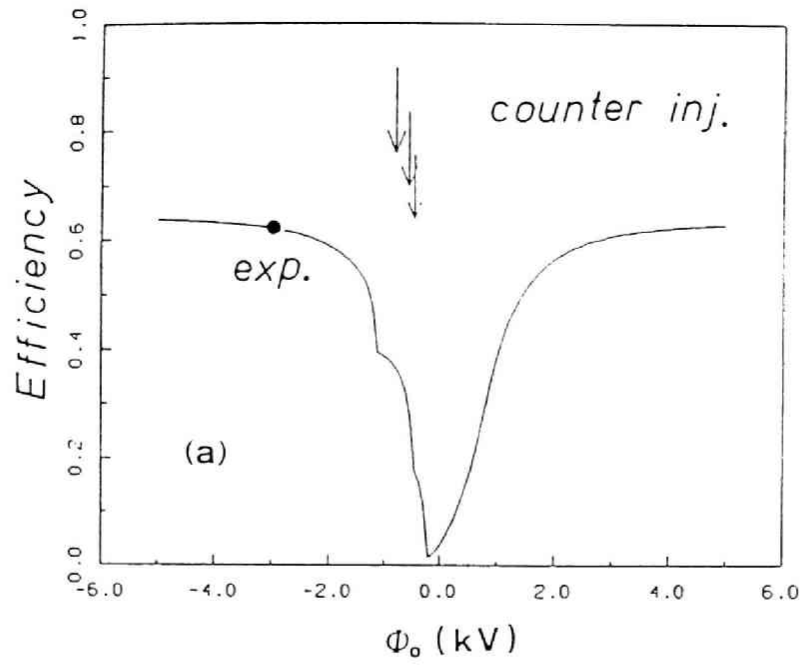


図6 10 WⅦ-A Stellarator配位における加熱効率のポテンシャル依存性。計算条件は図6 9に同じ。図中の矢印は、 E_0 、 $E_0/2$ および $E_0/3$ エネルギー成分に対してトロイダル共鳴がおこる Φ_0 の値を示す。(a)逆(counter)入射： $v_{\parallel}/v = -0.1$ 。(b)順(co)入射： $v_{\parallel}/v = +0.1$ 。

このような2次元モデルを使って加熱効率 η_{heat} の入射ピッチとポテンシャル依存性について調べた。図6-9(a)は、2次元モデルで計算した $\Phi_0 = 0$ に対する加熱効率をあらわしている。予想どおり、 η_{heat} は垂直入射のところで低下する。また η_{heat} は順入射について高く逆入射について低い。 η_{heat} の v_{\parallel}/v についての非対称性は、ロス・コーンに落ちる太いバナナ軌道が、 v_{\parallel} がちょうどゼロのところではなく、少し負のところに形成されるという性質を反映している。これらの傾向は、図6-1で得ていたものと同じである。

ところが、ポテンシャルを導入すると加熱効率の様子は異ってくる。図6-9(b)に、加熱効率の v_{\parallel}/v 依存性を -3 kV の負のポテンシャルについて示した。計算の結果は、 $\eta_{\text{co}} \approx \eta_{\text{ctr}}$ であるという実験の結果と矛盾がない。加熱効率の低下は、垂直入射($v_{\parallel} \approx 0$)のところではなく、 v_{\parallel} がより負のところで起こっていることがわかる。図中の矢印は、それぞれ $E_0, E_0/2, E_0/3$ のビーム・エネルギー成分についてトロイダル共鳴が起こるところを示している。次に図6-9(c)に、正のポテンシャル(2 kV)についての加熱効率を示す。加熱効率の低下は、ポテンシャルが正の場合には、トロイダル共鳴の条件に対応して、 $v_{\parallel} > 0$ のところで起こる。

図6-10には、順入射と逆入射に対して、加熱効率のポテンシャル依存性を示した。ポテンシャルがゼロから -3 kV 程度に成長するにと、順入射と逆入射の加熱効率は実験[8]で観測されたように同程度($\eta_{\text{ctr}} \approx \eta_{\text{co}}$)になることが分かる。実験で見いだされたのと同様に、負のポテンシャルによる加熱効率の改善率は、順入射よりも逆入射において著しい。

熱イオンの閉じ込めと異なり、高速イオンの閉じ込めは、ポテンシャルの極性に強く依存することがわかった。WVII-A Stellarator実験では、トロイダル回転方向からきまるポテンシャルの符号は、軸上で境界に対して負($\Phi_0 < 0$)であった。これは、内向きの電場の存在を意味する。ここで行った計算から、WVII-Aにおけるポテンシャルが負でなくてはならないもう一つの理由をあげることができる。図6-9と図6-10から、仮に正のポテンシャルが存在するとすると、加熱効率は $\eta_{\text{co}} \ll \eta_{\text{ctr}}$ になってしまう。これは明らかに実験と矛盾する。すなわち、高速イオン軌道の径電場への依存性を考えると、ポテンシャルが負でなければ実験データを説明できない。

なお、三次元ドリフト軌道モデルを用いても、図6-9とほぼ同様な結果がえられたことに注意しておく。このことは、WVII-A Stellaratorでは、径電場が存在するとき、

高速イオンの軌道損失が、ヘリカル捕捉軌道によってではなく、主として軸対称バナナ軌道による損失で決まっているだろう、という先述の予想を肯定する。3次元モデルでは、軌道を追跡して $w(l)$ をきめた。軌道損失は、高速イオンの軌道をトロイダルドリフト時間 t_{drift} の数倍追うことにより判定した。

d. 径電場による速度空間ロス・コーンの変形

この項では、径電場による速度空間損失領域の変化を調べ、 $E \times B$ ドリフト共鳴がNBI加熱効率におよぼす影響をロス・コーンの観点から考える。

図6-11(a)に、電場がない場合について軸対称モデルをもちいて計算した速度空間損失領域を示す。この図の損失領域は、トカマクと同様に、太いバナナによって形成されている。次に負のポテンシャルを与えたとき、損失領域がどのように変形するかみてみよう。図6-11(b)にポテンシャルが -3 kV の場合の損失領域を示す。WVII-A配位におけるポテンシャルの主要な影響は、速度空間における損失領域のシフトであるということができる。逆入射によって生成されるビームイオンのピッチ $v_{\parallel}/v = -0.1$ は、 $\Phi_0 = -3\text{ kV}$ のとき、損失領域の外に出ている。図6-11中の矢印で示した破線は、トロイダル共鳴の位置を示す。ロス・コーンを形成する太いバナナ軌道は、電場が無いとき v_{\perp} 軸の近くに生じるのとは違って、電場が在るときにはトロイダル共鳴速度の“counter側”に生じる。図6-11(c)に、ポテンシャルが正の場合の速度空間損失領域をしめす。 $\Phi_0 = +2\text{ kV}$ のとき、順入射によって生成される高速イオンは、損失領域の中に入っている。なお、三次元ドリフト軌道モデルを用いても、図6-11とほぼ同様なロス・コーンのポテンシャル依存性がえられたことに注意しておく。このことは、WVII-A Stellaratorでは、高速イオンの軌道損失が主として軸対称バナナによる損失で決まるという予想を再び支持する。

いままでの考察から、WVII-Aで何故 $q\Phi_0/E$ が0.1程度に小さくても、高速イオンの閉じ込めを改善できたのかという問いに答えることができる。この程度の大きさの電場は、バナナ巾を直接に細くすることはできない。しかしこの程度のポテンシャルであっても、WVII-A Stellaratorのパラメーターでは、共鳴ピッチ v_{\parallel}/v を v_{\perp} 軸上から移動させ、バナナが形成されるピッチをずらすことができる。

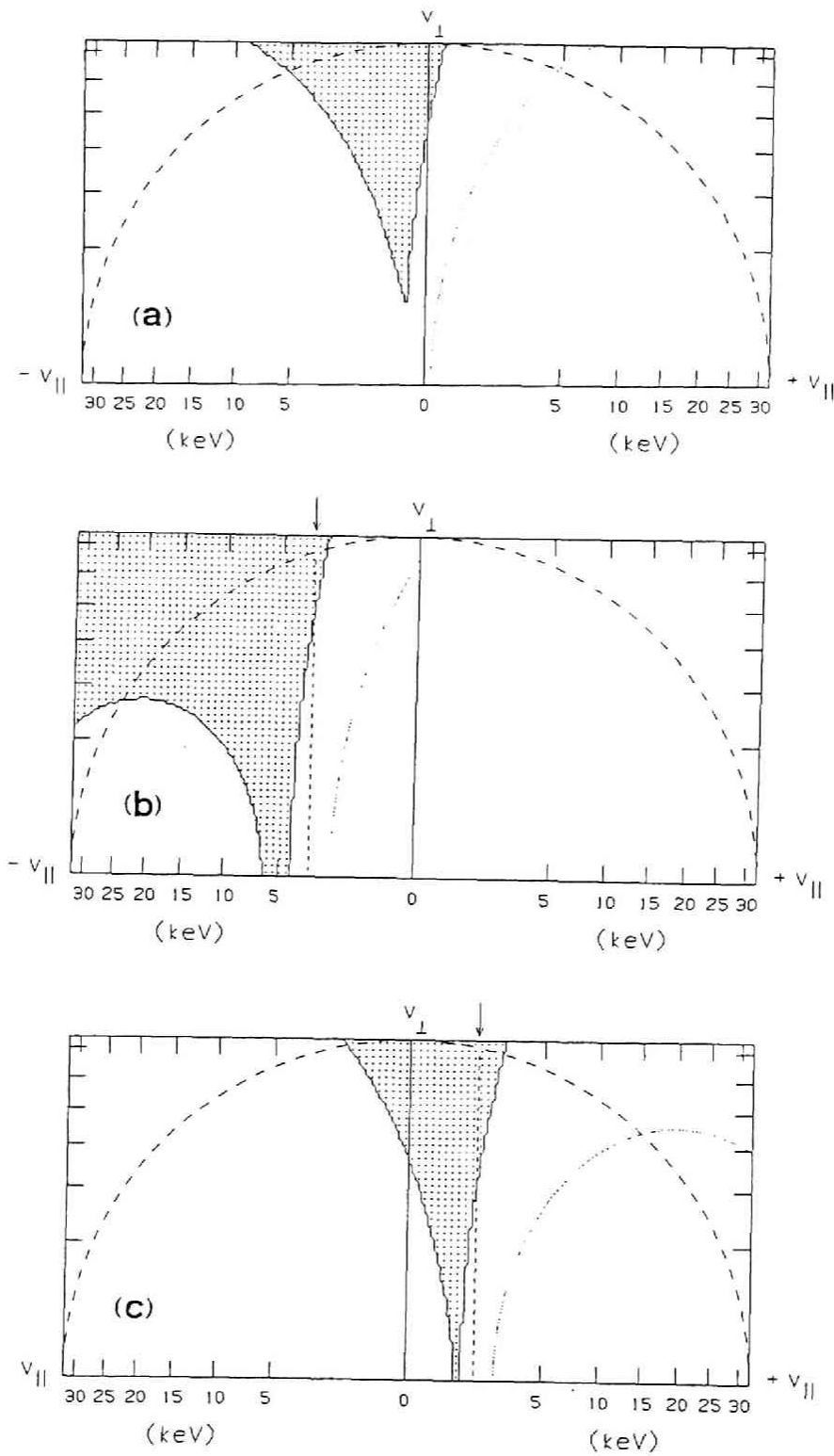


図6-11 W7-A配位におけるプロトンの速度空間損失領域。軸対称モデルを使い、赤道面上でトーラスの外側、 $r/a=0.5$ の位置でもとめたもの。 $B=3.2$ (T)、 $\epsilon=0.5$ 。全エネルギー E_{total} と一般化角運動量 P_{Φ} の保存をもちいて計算した。ポテンシャル分布として、 $\Phi=\Phi_0(1-\psi/\psi_0)$ を仮定した。矢印で示した破線はトロイダル共鳴の起こる位置である。点線で示した曲線は、高速イオンが磁気軸をとるような速度を表す。

(a) $\Phi_0 = 0$ kV, (b) $\Phi_0 = -3$ kV, (c) $\Phi_0 = +2$ kV

$$\frac{v_{\parallel}}{v} = \frac{q \Phi_0}{E} - \frac{\rho_{Le}}{a} \quad (6.8)$$

ここで、 $\rho_{Le} (= m v / q B_0)$ はポロイダル・ラーマ半径であり、 a はプラズマの小半径である。WVII-A 中の高速イオンについては、第一項 $q \Phi_0 / E$ は小さいけれども、第二項 ρ_{Le} / a が大きくなるため共鳴ピッチの v_{\perp} 軸からの変位は無視できない。速度空間における共鳴ゾーンのシフトは、太いバナナ軌道が形成される位置をシフトさせる。この効果によって、径電場は損失領域の位置を速度空間の中で移動させることになる。WVII-A における $E \times B$ ドリフトの高速イオン閉じ込めに対する役割は、垂直入射粒子 ($\Omega_t = v_{\parallel} / R_0 \approx 0$) を共鳴条件からそらす ($\Omega_t + \Omega_{E \times B} \neq 0$) ことにあったといえる。このとき損失領域は、速度空間から消滅せず、ただその位置が速度空間の中で v_{\parallel} 方向に移動するのである。

上に述べたメカニズムによって、電場による加熱効率の改善が、どうして順入射よりも逆入射において著しかったのかという理由も説明できる。共鳴ピッチは、電場がないとき v_{\perp} 軸と一致している。しかし内向きの電場があると、それは $v_{\parallel} < 0$ 側にシフトする。このとき、無次元量 $q \Phi_0 \rho_{Le} / (a E)$ が大きいと、共鳴ピッチは入射ピッチを横切りさえする： $(v_{\parallel}/v)_{res} < (v_{\parallel}/v)_{inj} \approx -1.0$ 。そして共鳴ピッチが入射ピッチを横切る条件を境として、入射ビーム イオンのドリフト軌道のトポロジーが大きく変わる。じつさい、逆入射によって生じた高速イオンは、実験で推定された -3 kV 程度の負のポテンシャルによって、垂直に近い入射にもかかわらず太いバナナ軌道からよく閉じ込められる“通過”軌道に変わることを確かめた。そしてこの“通過”軌道は、磁気軸の近くを通るので、直接プラズマ中心部を加熱できる。以上考えてきたことから、電場が存在するとき順入射と逆入射の定義を再考しなくてはならないことが判る。内向きの電場があるとき逆入射は、高速イオン軌道のトポロジーの観点から見ると、“順入射”の性質をもつ。

一見逆説的ではあるが、WVII-A でビーム イオンの閉じ込めが改善された理由は、高速イオンが平均プラズマ小半径 a に比べて大きなポロイダルラーマ半径 ρ_{Le} をもつことに起因するといえる。比 ρ_{Le} / a が大きいことは、電場がなければ、むしろ一般に高エネルギー粒子の閉じ込めが悪いことを意味する。しかし電場が存在するとき、 ρ_{Le} / a

a が大きい配位では、 $q\Phi_0/E$ が小さくても、共鳴ピッチの速度空間におけるシフト量が大きくなりえる。このことは、 ρ_{Le}/a が大きいほど、共鳴ピッチが垂直入射のピッチ $v_{||}/v \approx 0$ から容易に遠ざかることが可能——したがって軌道損失を低減させることが可能——なことを意味する。また、このプロセスは通常のトカマク ($R_0/a \sim 5$) では問題とならないこともわかる。

つぎに、Heliotron Eにおける速度空間損失領域が、径電場の存在によって、どのように変形されるか簡単にみてみよう。電場の存在しないとき、Heliotron E磁場中のヘリカル捕捉粒子は、深いヘリカル リップルがつくる大きなポロイダル・ドリフトによって閉じ込められていることを、この章の前半でみてきた。そこで述べたように、トーラス外側 ($r = a/2$) での損失領域は、 v_{\perp} 軸をはさんだ二つの領域に分かれる；それはヘリカル・リップルに深く捕捉された高速イオンが閉じ込められることを意味していた。ここでは、正および負のポテンシャルによってロス・コーンのかたちがどのように変化するか調べた [4.15]。径電場の大きさとしては、バルク温度程度のポテンシャルに対応するものを想定する。

共鳴スーパー バナナが重要になる Heliotron E 配位では、共鳴バナナ軌道が主要な役割を果たす W VII-A と違い、ヘリカル リップルを無視する軸対称近似をつかった上に述べた計算では近似が悪い。ここでは、ドリフト ハミルトニアンを径電場を考慮したモデル配位中で解いてロス・コーンをもとめた。モデル配位としては、単一ヘリシテュー磁場 $B = B_0 [1 - \varepsilon_t \cos \theta - \varepsilon_b \cos (\varrho \theta - m \phi)]$ を仮定した。閉じ込めの判定は、粒子のトロイダル ドリフト時間 $t_{\text{drift}} \equiv a/U_{\text{tor}}$ の5倍までテスト粒子を追ひ、最外殻磁気面の外に出た粒子の条件から損失領域を決めた。

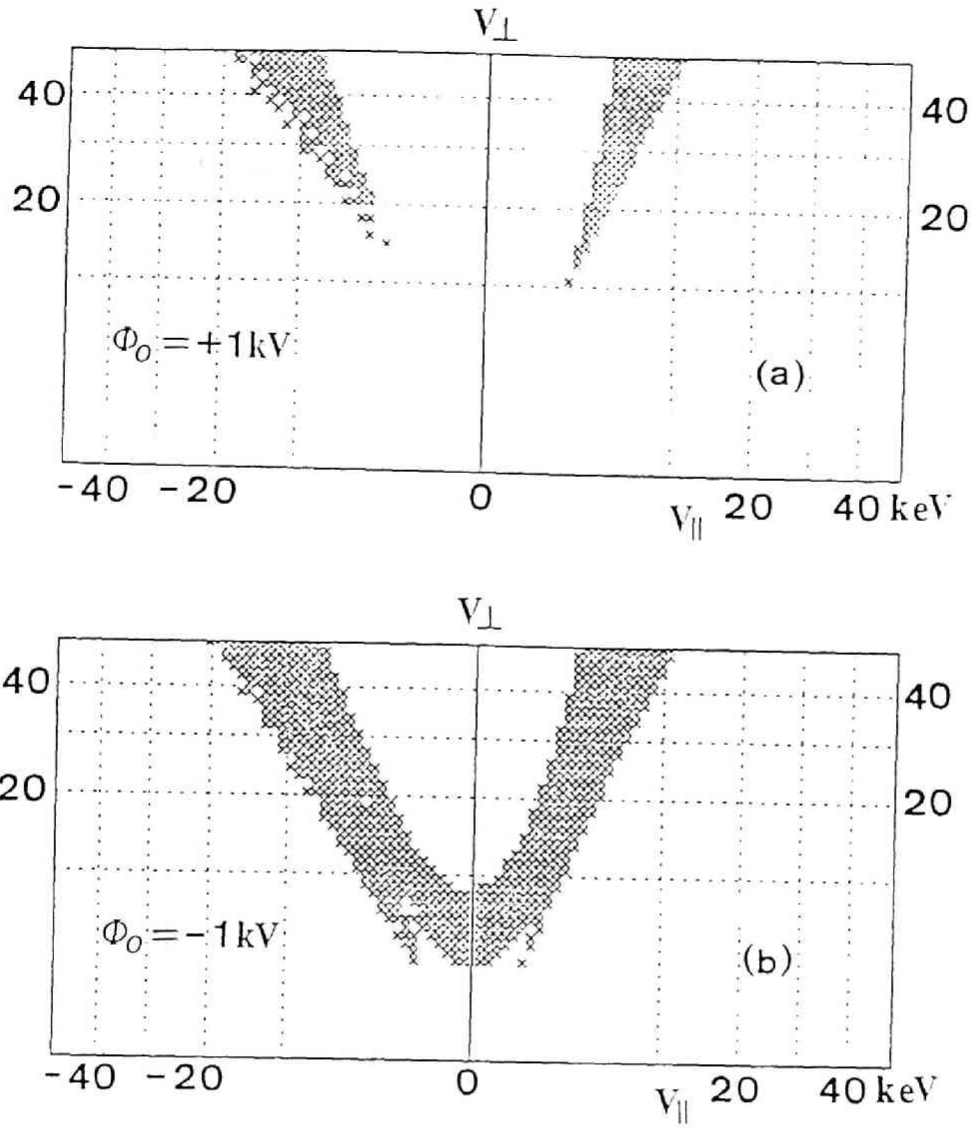


図6 12 Heliotron E配位におけるプロトンの速度空間損失領域。単一ヘリシティーモデルを使い、赤道面上でトーラスの外側、 $r/a=0.5$ の位置で求めたもの。閉じ込めの判定は、粒子のトロイダルドリフト時間 a/U_{tor} の5倍まで軌道を追跡して行った。ポテンシャル分布として、 $\Phi=\Phi_0(1-\psi/\psi_b)$ を仮定した。

(a) $\Phi_0 = +1 \text{ kV}$, (b) $\Phi_0 = -1 \text{ kV}$

図6-12(a)は、 $\Phi_0 = +1 \text{ kV}$ の場合の速度空間損失領域を表している。軸上のポテンシャル Φ_0 が正の場合には、ポテンシャルが無い場合に比べて狭い。これは、外向きの径電場($E_r > 0$)が存在すると粒子の全ポロイダルドリフトがさらに大きくなる($\Omega_b + \Omega_{E \times B} > \Omega_b$)ので、ヘリカル捕捉粒子の閉じ込めが改善されるからである。しかし逆に、内向きの径電場($E_r < 0$)が存在する場合には、 $E \times B$ ドリフトと ∇B ドリフトが相殺しあうような条件($\Omega_b + \Omega_{E \times B} \approx 0$;ヘリカル共鳴)が起こりうるので、ヘリカル捕捉イオンの閉じ込めは劣化する。図6-12(b)に Φ_0 が負の場合について計算したロスコーンを示す。この場合、損失領域は、 v_\perp 軸上で連結され、より大きなロスコーンが形成されている。そして深く捕捉されたヘリカル捕捉イオン($v_\parallel \approx 0$)の閉じ込めは、共鳴スーパー・バナナ損失によって、共鳴エネルギー

$$E_{\text{res}} \cong \frac{q \Phi_0}{\varepsilon_b(a)} \quad (6.9)$$

あたりで劣化する。WVII-A Stellaratorと異なり、トロイダル共鳴は、Heliotron Eの損失領域には大きな影響を与えないことがわかった。径電場の存在は、高速イオンの閉じ込めにとって常に好ましい効果をもつとは限らないことを注意しておかねばならない。仮に、バルク温度の10倍程度の負のポテンシャルが形成されて、共鳴エネルギー E_{res} が入射エネルギー E_0 に近くなる場合には、垂直入射によって有効な加熱が起こりえないこととなる。

§6-3 第6章のまとめ

この章では、Heliotron EとWVII-A Stellaratorという互いに磁場構造が異なる二つの代表的な非軸対称プラズマにおいて、垂直に近いNBIによって生成される高速イオンの軌道損失が加熱効率に及ぼす影響を比較検討してきた。この章の結果は、以下のよう 요약できる。

Heliotron E磁場では、深いヘリカルリップル($\varepsilon_b(a) \cong 0.3$)による ∇B ドリフトが、ヘリカル捕捉(局在)粒子に大きなポロイダル回転速度を与える。このポロイダル回転は、深く捕捉されたヘリカル捕捉粒子のトロイダルドリフト U_{tor} を十分に補償できるほど大きい。それゆえ垂直入射によって生成される高速イオンは、水平方向

のシフトの小さいランジット・バナナ軌道を描き、速度空間損失領域（ロス・コーン）に失われることなくプラズマ中に保持され加熱に寄与する。高速イオンは、減速途中でビッチ角散乱により偏向を受け、その一部は速度空間ロス・コーンに失われるが、大部分は通過粒子に移り変わり熱化される。これに対して、WVII-Aのような従来の古典的なステラレーターでは、ヘリカル・リップルが浅い（ $\varepsilon_h(a) \lesssim 0.03$ ）ので、ヘリカル捕捉粒子に対してトロイダル・ドリフトが ∇B ドリフトのポロイダル回転より支配的になる。その結果、垂直に入射された高速イオンは、上下方向にドリフトし、熱化時間より速い時間スケールで、軌道損失としてプラズマから失われる。この章の前半の研究によって、電場が無視できる条件のもとで、垂直NBIの加熱効率は、 $\varepsilon_i \gg \varepsilon_h$ の系におけるより、 $\varepsilon_h \gg \varepsilon_i$ 系のほうが大きいことがわかった。

この章の後半では、径電場の役割を調べた。ここで、径電場が高速イオンのドリフト軌道のトポロジー、速度空間ロス・コーン、そして加熱効率に及ぼす影響を系統的に解析した。径電場が存在するときヘリカル系では、磁場構造に応じて二種類の $E \times B$ ドリフト共鳴（ヘリカル共鳴とトロイダル共鳴）が起こりえ、共鳴粒子がロス・コーンの形成に深くかかわっていることを明らかにした。この二種類のドリフト共鳴のうち、実験的に径電場の存在が問題になっていたWVII-A Stellaratorでは、〈トロイダル共鳴〉による共鳴バナナ軌道が鍵となる役割を演じていることを明確にし、WVII-Aにおける径電場による高速イオン閉じ込めの特殊なメカニズムを解明した。これに対し ε_h の深いHeliotron Eでは、電場の極性や大きさによっては、〈ヘリカル共鳴〉による共鳴スーパー・バナナ損失が重要になる可能性を指摘した。

文 献

- [1] K.Hanatani, M.Wakatani, K.Uo: Nucl. Fusion 21 (1981) 1067.
- [2] K.Hanatani, F.P.Penningsfeld, H.Wobig: Proc. Int. Stellarator /Heliotron Workshop, Kyoto, 1986, (IAEA Technical Committee Meeting) Vol.II, p.444.
- [3] K.Uo et al.: Proc. 11th Int. Conf. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Kyoto, 1986, (IAEA, Vienna, 1987) Vol.2, p.355.
- [4] K.Hanatani, F.Sano, Y.Takeiri, K.Kondo, H.Zushi, et al.: Proc. 14th Europ. Conf. Controlled Fusion and Plasma Physics Madrid, 1987, Vol.11 D Part I, p.396.
- [5] J.E.Faulkner, G.G.Lister, W.Ott, E.Speth: Proc. 9th Europ. Conf. Controlled Fusion and Plasma Physics Oxford, 1979, (UKAEA Culham Lab., Abington, 1979) Vol.1, p.81.
- [6] D.T.Anderson, J.L.Shohet, S.Rheker, J.A.Tataronis: Nucl. Fusion 20 (1980) 197.
- [7] W7A Team and Neutral-Injection Team: "Co and Counter Injection Heating in W7A Stellarator", Proc. 4th Int. Symp. Heating in Toroidal Plasmas, Rome, 1984, (ENEA, Frascati, 1984) p.95.
- [8] W VII-A Team, NI Group, Pellet Injection Group: Proc. 10th Int. Conf. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, London, 1984, (IAEA, Vienna, 1985) Vol.2, p.371.
- [9] R.Dei-Cas: "Energy Deposition Profile in Fast Neutral Injection Experiments", FUR-CEA-FC-1016 (Sept. 1969).
- [10] J.A.Rome, D.G.MaAles, J.D.Callen, R.H.Fowler: Nucl. Fusion 16 (1976) 55.
- [11] A.A.Galeev and R.Z.Sagdeev: Review of Plasma Physics, ed. M.A.Leontovich, (Consultants Bureau, New-York, 1979) Vol.7, p.257.

- [12] A.Gibson and J.B.Taylor: Phys. Fluids 10 (1967) 2653.
- [13] R.H.Fowler, J.A.Rome, R.N.Morris, and K.Hanatani, "Benchmarks of Neutral Beam Injection Codes for Stellarators", Bull. Am. Phys. Soc. 32 (1987) 1835.
- [14] F.P.Pennigsfeld, W Ott and E.Speth: Proc. 12th Europ. Conf. Controlled Fusion and Plasma Physics, Budapest, 1985, Vol.9F Part I, p.397.
- [15] 愛清 武, 「ヘリオトロン磁場における粒子の速度空間損失領域に関する研究」
京都大学 工学部, 特別研究報告書 (1987年 2月)

第7章 高速イオンの閉じ込め実験 [1]

— 理論と実験の対応 —

すでに何度も強調してきたように、ヘリカル捕捉粒子の閉じ込めは、ステラレーターやヘリオトロンのような対称性の破れた磁場配位の研究において基本的な位置を占めている。現実の閉じ込め装置におけるヘリカル捕捉（局在）粒子のふるまいの詳細な知識は、高速イオンの緩和を用いた加熱や熱イオンの輸送を理解する上で欠かせない。ヘリカル捕捉粒子に関する理論的および数値計算的研究は、いままでに数多くなされてきたけれども、荷電粒子のドリフト軌道理論を現実の実験結果と関連づける試みは少ない。

前章では、ドリフト軌道の追跡にもとづいたモンテ・カルロコードを使って、Heliotron Eのような配位では、垂直入射によってさえ、効果的にプラズマを加熱できる可能性があることを予測した[2,3]。垂直入射は、その後Heliotron E装置で試みられ、有効なイオンおよび電子加熱をもたらすことが、一連の実験において見いだされた。これらのNBI実験におけるバルク・プラズマの全般的なふるまい（垂直ビームの加熱効率も含む）については、文献[4-7]に報告されている。この章では、前章で理論的に予想した「垂直入射によって生成される深く捕捉された局在高速イオンの閉じ込め」に対する、より直接的な証明を与える目的で提案した実験を説明する。この実験では、高速イオンの入射エネルギー近傍の中性粒子フラックスの観測データを、ドリフト軌道理論によって解釈する。またこの章では、 $E \times B$ ドリフト共鳴に関する理論的予測とHeliotron E実験との対応を調べる。

本章は、次のように構成されている。まず§7.1で、NBIとNPAのHeliotron E装置における配置と入射および観測 高速イオンのドリフト軌道の関連を説明する。§7.2で実験のシーケンスと測定データについて述べる。ここで、垂直中性粒子フラックスの時間発展と空間分布を高速イオンの案内中心軌道に基づいて解釈する。§7.3では、モンテ・カルロコードで計算したものと比較する。最後に、議論とまとめを§7.4に与える。

§ 7. 1 入射装置と分析器の幾何学的配置

トロイダル装置に閉じ込められたプラズマのイオン分布関数についての有益な情報は、荷電交換によりプラズマ中心部から飛び出してくる中性粒子によってしばしばもたらされる。例えば、NBIやICRF加熱中の超熱イオンのバナナ捕捉は、PLTトカマクにおいて中性粒子フラックスを解析することにより研究された[8, 9]。また、リップル捕捉による軌道損失が、イオン分布関数の超熱テイルに歪み(distortion)やくぼみ(depletion)をつくる現象は、TFコイルのリップルが無視できない幾つかのトカマク装置で、中性粒子計測を使って調べられた[10-12]。本研究では、標準的な中性粒子エネルギー分析器(NPA)を、NBIによってHeliotron Eプラズマに生成された高速イオンのドリフト軌道を調べるために用いる。このNPAは、磁力線に対して垂直に向けられているので、結果的に局在イオンを観測することになる。

図7. 1にHeliotron E装置に取り付けられたNBIとNPAのレイアウトを示す。高速イオンの荷電交換フラックスを解釈するにあたって、入射ビームのパスおよび観測視線に沿って高速イオンのピッチ、 v_{\parallel}/v (ピッチ角の余弦)、の値がどのように分布しているかが重要になる。なぜなら、 v_{\parallel}/v が軌道の種類(通過や捕捉)を決めるからである。入射ビームパスに沿ってのピッチは、高速イオンの初期軌道をきめる。これに対して、分析器の視線に沿ってのピッチは、高速イオンの観測軌道をきめる。NBIとNPAの軸に沿っての v_{\parallel}/v の値は、考えている閉じ込め磁場の構造および入射装置と分析器のプラズマにたいする配置に依存する。非軸対称トーラス配位におけるNBIとNPAの軸に沿っての v_{\parallel}/v の表式は、付録3に与えてある。

a. 中性粒子分析器(NPA)

Heliotron E実験では、受動的な(passive)10チャンネル・中性粒子エネルギーアナライザー(NPA)が、イオン温度の計測に常時もちいられてきた[13,14]。本研究では、このNPAを、入射したビームイオンのドリフト軌道を調べる目的に使う。NPAのHeliotron E装置における配置の特徴は、視線が①子午面に乗っていることと、②磁力線にたいしてほぼ垂直に向いていることが挙げられる。このNPAはまた、視線をヒポット点(表7. 1参照)を軸として上下に傾けることによって、プラズマ断面を走査することもできる。つまり、プラズマ中の高速イオンの上下方向の分布を調べることができる。

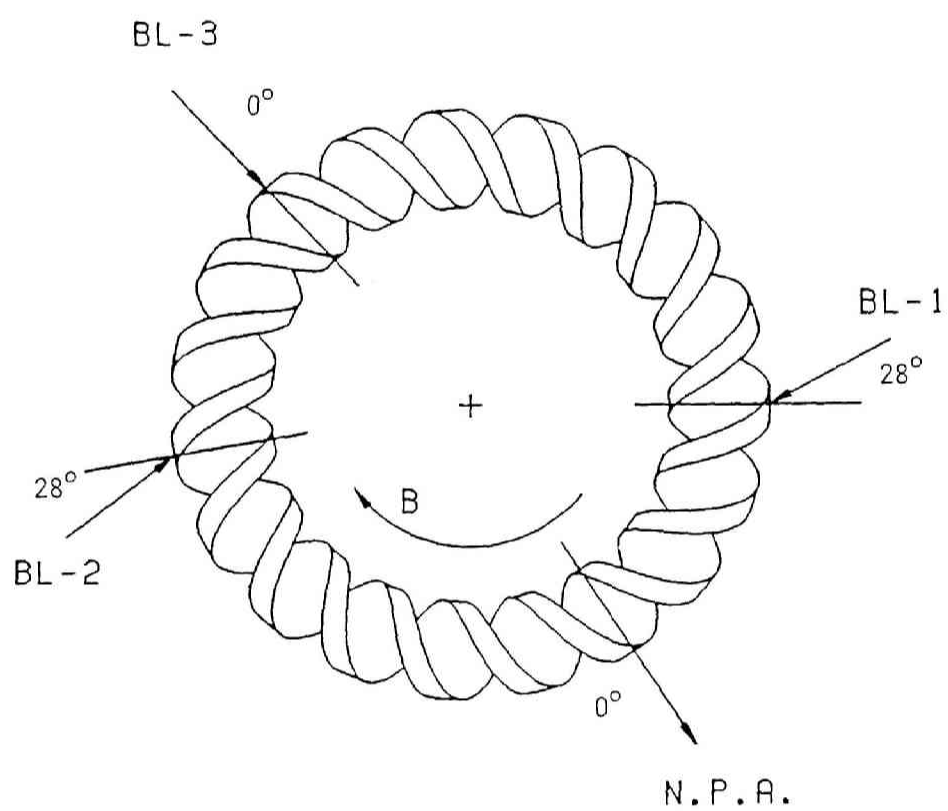


図7 1 NBI (BL-1, BL-2, BL-3) とNPAの配置の平面図。

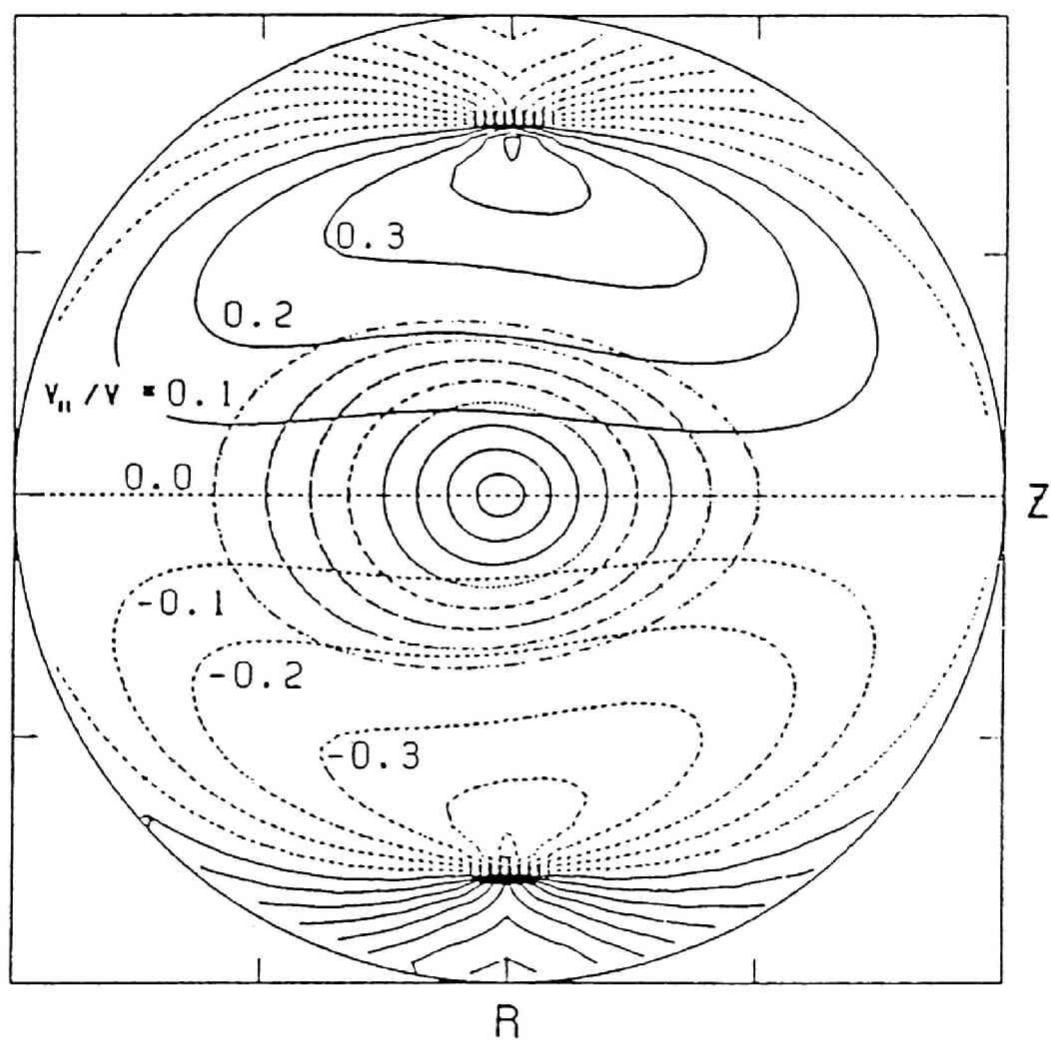


図7 2 NPAが観測する粒子のピッチ (v_{\parallel}/v) の分布。等高線は、「対称な子午面」上における B_R/B の分布であり、トーラス外側 無限遠方にピボット点を置いて NPA を上下方向にスキャンしたときの v_{\parallel}/v の分布を意味する。磁気面の断面も重ね合わせてプロットした。この子午面で $\ell=2$ のヘリカル巻線は図の上側と下側に位置している。

表7 1 NBIとNPAのピボット半径と傾き角

	ピボット半径 r_{piv}	水平角 Θ	上下角 θ
NPA	92 cm	0°	-6° から +8.5°
BL-1 / BL-2	44 cm	28°	±6.3°
BL-3	44 cm	0°	±5.1°

注. プラズマの境界は, $\pm 9.2^\circ$ の θ_{NPA} に対応する。角度 Θ と θ は, 第4章で導入した記号 α_{INJ} と β_{INJ} と同じ意味である。

NPAの視線は、速度空間の $v_{\parallel}/v = 0$ 軸のまわりの狭い領域をみるように絞られているので、NPAは通過(passing)イオンよりもむしろ局在(localized)イオンを観測する。特に、NPAの中心コード($\theta_{\text{NPA}} = 0$)は、ヘリカル・リップルに深く捕捉された局在イオンだけを観測する。なぜならば、中心コードは、速度空間では $v_{\parallel}/v = 0$ 軸上を、そして実空間ではヘリカル・リップルの底を横切っているからである。このように完全に垂直なNPAの取り付け方は、他の多くのトロイダル装置の場合と異なりやや特殊である。他の多くの装置では、「垂直」分析器とは言っても、捕捉粒子の影響を避けるために、実際には視線が子午面から水平方向に少し振られていることが多いからである。

Heliotron EにおけるNPAの観測配置には、「古典的」ステラレーターにおける配置とも幾つかの違いがあることを認識する必要がある。まず、①ヘリオトロンEプラズマを横切るNPA視線の長さは、ステラレーターの場合と異なり、赤道面に関して上下対称である。したがって、文献[15]で問題にされたような「幾何学的因子」による中性粒子束の上下非対称は、Heliotron Eでは最初から除外してよい。図7.2に、「対称な」子午面(付録3で定義)上でNPAの視線で走査された磁気面の断面を示す。つぎに、②NPAの v_{\parallel}/v は、水平方向の視線にそって、ほぼ一定となる性質がある。このことを、理解するために、NPAの v_{\parallel}/v に対する近似的表式

$$\frac{v_{\parallel}}{v} = \frac{B_R}{B} \quad (7.1)$$

をもちいる。式(7.1)は、付録3の式(A3.3)の小さい傾き角に対する極限として導かれる。式(7.1)の右辺の B_R は、 \vec{B} のシリンダー座標(R, Z, ϕ)におけるR成分を表す。図7.2に示した B_R/B の等高線から、 $|v_{\parallel}/v|$ は、実際閉じ込め領域内で小さく($\lesssim 0.2$)、かつ水平方向の視線に沿ってほぼ一定であることがわかる。最後に③ v_{\parallel}/v は、付録3の関係式(A3.1)から「対称な」子午面上でZの反転に関して反対称であることもわかる。これらすべての性質——①磁気面の上下対称性、② v_{\parallel}/v の水平視線に沿っての一定性、そして③ v_{\parallel}/v の θ_{NPA} に関する反対称性——は観測した中性粒子フラックス分布の解釈を容易にする。

b. 中性粒子ビーム入射装置

ここで述べている実験をおこなったとき、Heliotron E装置には、三つのビーム・ライン(BL-1, BL-2, BL-3)が装着されていた。最初の二つ(BL-1, BL-2)は、軸が子午面から 28° の傾きをもたせて取り付けられていた。しかし第三のビーム・ライン(BL-3)は、軸が子午面上に置かれており、磁力線と直角の方向を狙うように取り付けられていた。これらのビーム・ラインの入射角は、真空容器の形状から許されるアクセスの制限($|\Theta_{\text{NBI}}| \lesssim 30^\circ$)ないで選ばれた。おのおののビーム・ラインは、トーラスの赤道面の上および下側に小さい傾き角をもった、一对のイオン源から成り立っている(表7.1参照)。

Heliotron Eの垂直ビーム・ラインは、つぎのような物理的課題を探究する機会をあたえる。

- (i) 非軸対称配位における垂直入射の実現可能性(feasibility)。
- (ii) 垂直ビームと垂直でないビームとの加熱効率の比較。
- (iii) 垂直入射によって生成された局在高速イオンの閉じ込め。

BL-1とBL-2によって生成される高速イオンは、通過(passing)軌道上に生まれることが、ドリフト軌道計算からわかっている。これに対してBL-3入射では、高速イオンは局在(localized)軌道上に生まれる。この章では、簡単のために、BL-1とBL-2による入射を非垂直(または“co”)入射と呼び、BL-3による入射を垂直(または“perp”)入射と呼ぼう。非垂直(28°)入射をco入射と呼ぶのは、前章でWVII-Aについて説明したのと同じ理由により、ここで行った実験の外部コイル電流の向きに対応する「等価内部電流」に対して順方向の入射であるからである。もちろん、この実験ではプラズマ中にジュール電流は存在しない。

本研究では、入射装置と分析器の上に述べてきたような空間的および速度空間的配置の特徴を活かして、Heliotron Eにおけるヘリカル捕捉(局在)粒子の閉じ込めを調べた。NBIによって生成された高速イオンは、生成点、初期ビッチ角、入射エネルギーそして全生成粒子数がよく判っているので、ドリフト軌道の研究に適していることは、序論でも強調したとおりである。

§ 7. 2 高速イオン閉じ込め実験

a. 実験の時間シーケンス

図7. 3は、実験の時間シーケンスを表している。実験は、53.2 GHz ($B=19\text{ kG}$) の電子サイクロトロン加熱 (ECH) だけで生成された無電流 D^+ プラズマへ 26 keV の H^0 ビームを入射しておこなった。まず、一つの非垂直 (co) ビームを ECH パルス終了直前に印加し、170 ms 入射しつづけた。次に垂直 (perp) ビームを、co ビーム パルス後半の 70 ms に、重ね合わせて入射した。実験の時間シーケンスをこのようにした動機は、「前半の co ビーム フラックスを perp ビーム フラックスのリファレンスとして利用したかった」ことにある。すなわち、この時間シーケンスを採用すると、1 ショットのあいだに、分析器の同じ感度、同じスリット幅そして同じ空間視線を使って、co ビームと perp ビームのフラックスを直接比較できる。

この測定では、高速中性粒子 H^0 を質量分離によりバルク中性粒子 D^0 と区別して測った。中性粒子フラックスのショット中の時間変化 $\Psi_{cx}(t)$ は、5 ms のサンプリング時間で、エネルギーの関数として記録した。このとき、NPA の最高エネルギー・チャンネルを入射エネルギー ($E_0 = 26.0\text{ keV}$) の直下 ($E = 23.9\text{ keV}$) に設定して、高速イオン H^+ のエネルギー スペクトルを分析した。フラックスの角度分布 $\Psi_{cx}(\theta_{NPA})$ は、プラズマの生成条件を固定して、ショットごとに NPA を上下方向にスキャンして収集した。

b. プラズマ・パラメータ

第一段目のビーム (すなわち co ビーム) は、BL-1 の二基のイオン源 ($\cong 700\text{ kW}$) から入射しつづけた。一方、第二段目のビーム (すなわち垂直ビーム) は、放電中プラズマ パラメータの実質的な変動を引き起こさないように、BL-3 の一基のイオン源 ($\cong 300\text{ kW}$) だけから入射したことに注意しておく。なお、BL-2 のイオン源は、ここで述べている実験では使わなかった。結果として、中程度の密度と温度 ($n_e = 2.4\text{--}2.7 \times 10^{13}\text{ cm}^{-3}$, $T_{i,cx}(0) \cong 350\text{--}400\text{ eV}$, $T_e(0) \cong 600\text{ eV}$) の準定常なプラズマが約 170 ms のあいだ再現性よく維持されつづけた。プラズマ パラメータの分布は、第一段と第二段目の入射フェイズで図7. 3に示した時刻 A と時刻 B に測定した。高速イオンが入射エネルギー E_0 からあるエネルギー E にまで減速するのに要する時間、 $\tau_{s1}(E)$ は

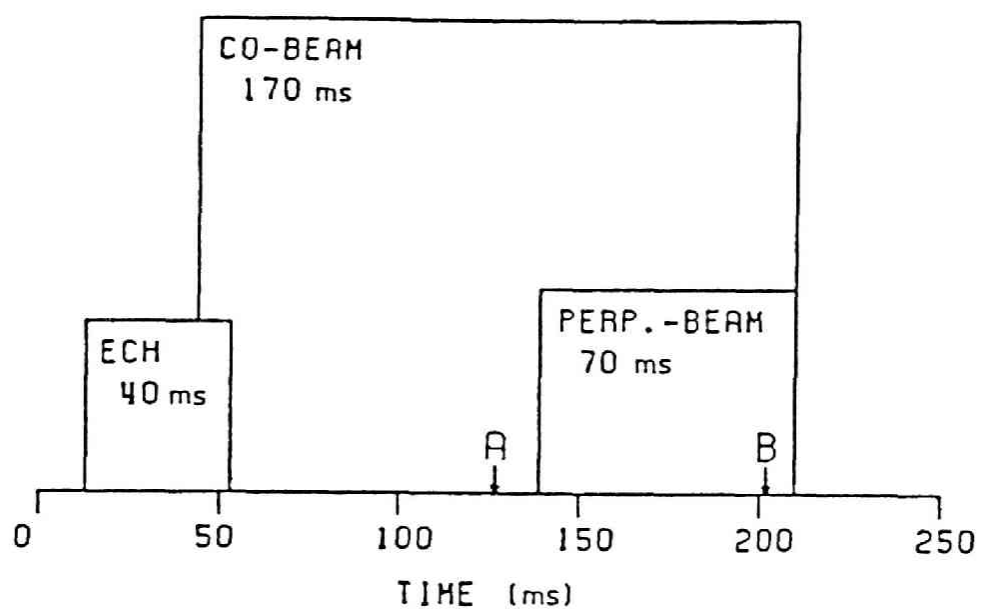


図7.3 ECH, 非垂直 (co) ビーム, 垂直 (perp) ビームの時間シーケンス。

$$\tau_{sl}(E) = \frac{t_{s,e}}{3} \ln \left\{ \frac{E_0^{3/2} + E_{crit}^{3/2}}{E^{3/2} + E_{crit}^{3/2}} \right\} \quad (7.2)$$

$$E_{crit} = 14.8 T_e \frac{A}{A_i^{3/2}} [Z]^{3/2} \quad (7.3)$$

$$t_{s,e} = 6.3 \times 10^{-8} \frac{A T_e^{3/2}}{n_e Z^2 \ln \Lambda} \quad (7.4)$$

$$(s; \text{ eV, cm}^{-3})$$

で与えられる。ここで E_{crit} は、第5章で説明した“臨界エネルギー”，すなわち，「背景のイオンおよび電子への平均エネルギー損失が等しくなるような高速イオンのエネルギー」をあらわす。 $t_{s,e}$ は、Spitzer のイオン-電子間の減速時間である。量 $[Z] = (A_i/n_e) \sum_j (n_j Z_j / A_j)$ は、ほぼ1の大きさをもつ。ここで \sum_j は、プラズマのイオン種にわたって加えることを意味する。たとえば、平均電子温度 $\langle T_e \rangle = 400 \text{ eV}$ ， $A = 1$ ， $A_i = 1.5 - 2$ とすれば， E_{crit} は約3-5 keVとなる。またこのとき減速時間 $\tau_{sl}(E=0)$ は約10 ms である。

c 中性粒子フラックスの時間発展： $\Psi_{ex}(t)$

図7-4は、入射エネルギーから熱エネルギーまでのほぼ全域をカバーしている10個のチャンネルに受かった中性粒子フラックスの時間発展を示している。この図に示した中性粒子フラックスは、 $\theta_{NPA} = 0$ でえられたデータ、つまり深く捕捉されたイオンから放出されたフラックスである。入射エネルギー E_0 近傍の中性粒子フラックスは、入射したビーム粒子に密接に関連した情報を含んでいるので、ドリフト軌道理論との対応をみることができる。最高のエネルギーチャンネル ($E = 23.9 \text{ keV}$) には、最初の100 msのあいだ（つまりc oビームだけの時間）、中性粒子の信号は受からなかった。しかし、同じエネルギーチャンネルに大きな中性粒子フラックスの信号が、垂直ビー

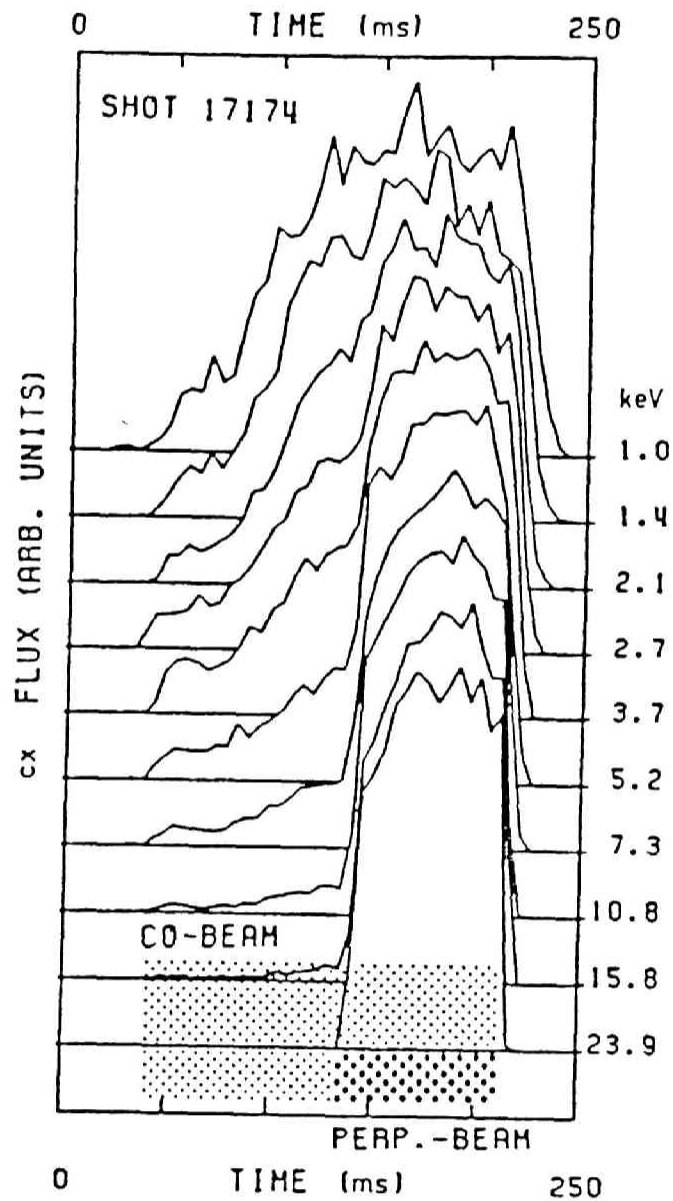


図7-4 中性粒子フラックス（視線 $\theta_{NPA} = 0$ ）の時間変化。異なった10個のチャンネルに受かった中性粒子フラックスの時間変化のエネルギー依存性から、 $E_{crit} (\cong 3-5 \text{ keV})$ 以下でピッチ角緩和が起こっていることが明瞭にわかる。また、低エネルギーフラックス（たとえば1 keV）の、ビーム打ち切り以降の崩壊時間は、ほぼ減速時間 $\tau_{s1} (E=0)$ に相当する。

ム パルスの開始に同期して速い応答で受かった。ここで、前項のはじめに述べたように垂直ビームのパワーがc o ビームのパワーに比べて半分以下であったにもかかわらず、このような時間変化が観測されたことに注意する。二番目に高いエネルギー チャンネル ($E = 15.8 \text{ keV}$) には、弱い中性粒子の信号がc o ビーム パルスの開始時から受かり時間とともに増大した。しかし、依然として後半の70 ms (すなわち、perp ビームを重ねたタイミング) に受かった中性粒子の信号は、前半の100 ms (c o ビームだけのタイミング) に受かった信号に比べてはるかに大きかった。これよりさらに低エネルギーのチャンネル ($E = 10.8 - 1.0 \text{ keV}$) では、垂直ビーム印加時における中性粒子フラックスの突然の増大の程度は、チャンネルのエネルギーが低くなるにつれて、ゆるやかに減少した。垂直ビームのタイミングで受かった信号は、エネルギーが 3-5 keV に減速されるまで、その明確な波形を維持した。このエネルギーは、およそ前述の E_{crit} の値に相当する。エネルギーが E_{crit} 以下のチャンネルでは、垂直ビームのフラックスはc o ビームのフラックスのなかに埋もれてしまう。これらの結果は、ビーム イオン速度分布関数の①入射エネルギー近傍における強い非等方性と②高速イオンの減速にともなう (ピッチ角散乱による) 非等方性の緩和を示している、と解釈できる。

d トランジット バナナ軌道の観測

前節で述べたNPA信号の時間発展は、深いヘリカルリップル、 $\varepsilon_b \cong 0.3(r/a)^2$ 、をもつHeliotron E 磁場中のヘリカル捕捉粒子のふるまいに関連したもう一つの重要な実験事実を示唆する。

まず、垂直ビーム印加時に観測されたフラックス強度 ($\propto n_o n_{fast}$) の強い増大は、垂直速度成分 v_\perp の大きな高速イオン密度 n_{fast} の増加によってもたらされていることに注意する。いいかえれば、フラックス強度の増大は、背景プラズマ パラメータの、垂直ビーム印加時における変化 (特に背景中性粒子密度 n_o の増加) によるものではない。低エネルギー (バルク) 中性粒子フラックスから評価 [16] した背景の中性粒子密度は、垂直ビームのタイミングで、突然の増加を示さなかった。またこの実験の配置では、入射した一次中性粒子ビームやその“halo”中性粒子 [17] をNPAが直接観測する可能性もない。入射した垂直ビームと受かった中性粒子フラックスの密接な相関は明らかだった：垂直ビーム ライン (BL-3) のもう一つのイオン源を加えることにより垂直入射イオン数を倍増したとき、第二段入射フェイズでの中性粒子フラックスは、

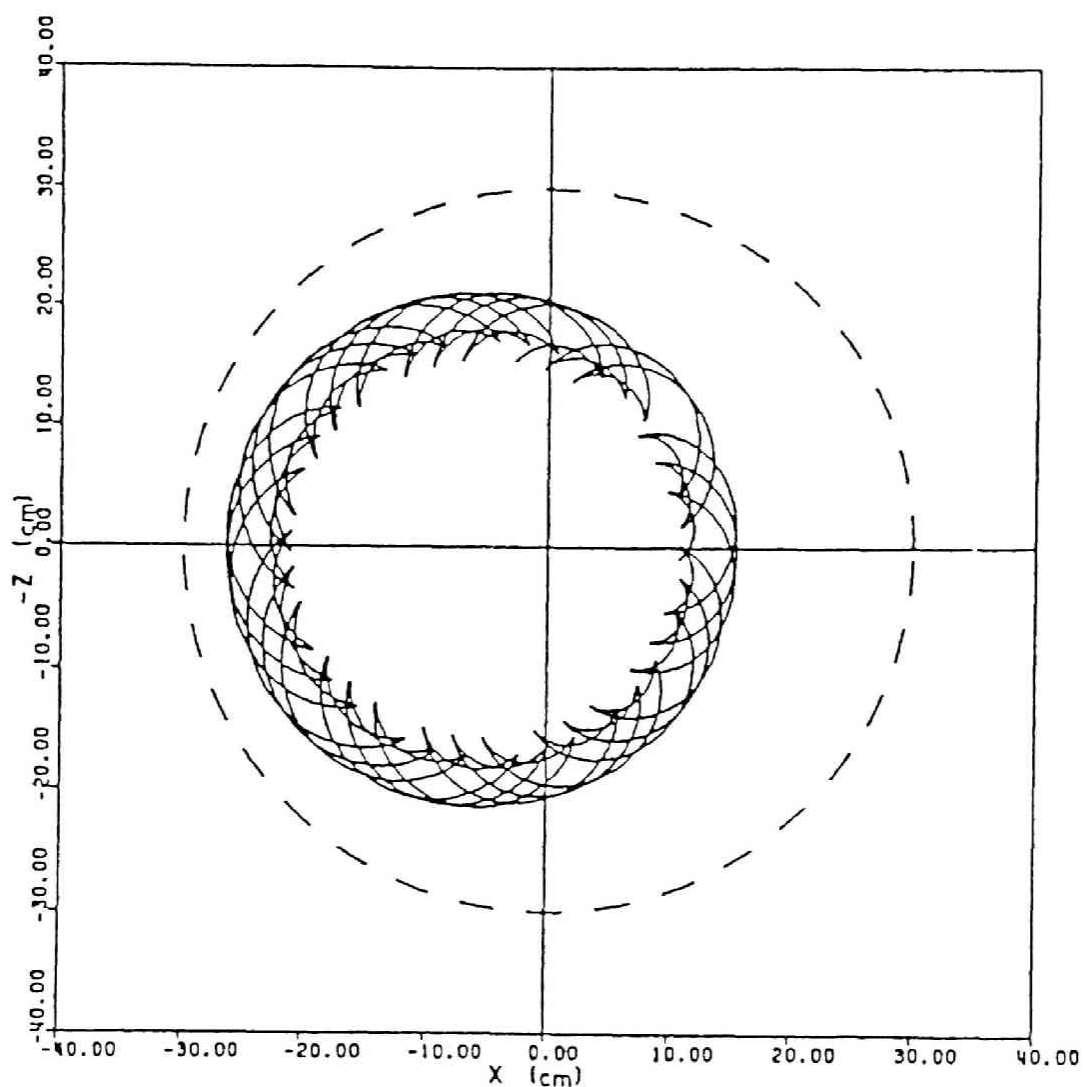


図7 5 ヘリオトロンE配位における典型的なトランジット バナナ軌道(26keVのプロトン)。ドリフト軌道を子午面に投影したもの。このタイプの軌道は歳差ドリフトをしながらポロイダル方向に1回転すると、トロイダル方向に1ヘリカルピッチ進行する。つまり、バナナ中心はヘリカル巻線と同じねじれ率でドリフト運動を行う。破線で示した円はヘリカル巻線の小半径をあらわす。

それにもなって増大した。

垂直入射と同期した強い中性粒子フラックスは、「垂直速度成分の大きい ($v_{\perp} \gg v_{\parallel}$) 高速イオンが、Heliotron E 装置の大半径のまわりを周回できる」ことを実験的に示している。垂直ビーム (BL-3) のポートは、分析器のポートに対してトーラスの大半径のまわりの反対側に位置していることに注意する。すなわち、垂直ビームと分析器とは ϕ 方向にヘリカル巻線の 4 ピッチ以上離れていた。ここで観測した局在粒子のトロイダル方向の周回は、すべての非軸対称配位で予期される結果ではない。たとえばトロイダルドリフトが支配的 ($\varepsilon_{\perp} \gg \varepsilon_{\parallel}$) な古典的ステラレータでは [18]、リップル捕捉による軌道損失は、主として粒子が一回のトロイダル歳差運動を行うまでに、すなわち ϕ 方向に 1 ヘリカルピッチを運動するまでに起こる。もっと極端な例は、トカマクの TF コイルリップルに捕捉された局在粒子だろう [19]。トカマクのリップル捕捉粒子は、ほとんど上下方向にドリフトし、プラズマから失われる。たとえば、 $E = 20$ keV の高速イオンが平均半径 a のプラズマ柱を鉛直方向に横切るドリフト時間、 $t_{\text{drift}} = 10^{-5} (a B_0 R_0) / E$ [s ; eV, kG, cm] は約 4.4×10^{-2} ms である。これに対して、高速イオンが E_0 から 20 keV にまで減速するのに要する時間 $\tau_{\text{sl}} (E = 20 \text{ keV})$ は約 1.4 ms である。①この二つの時間スケールのオーダーの違い ($t_{\text{drift}} \ll \tau_{\text{sl}}$) と、②より低いエネルギーで超熱的高速イオンが観測されたという事実とは、高速イオンの損失時間が t_{drift} で特徴づけられていないことを意味する。したがって、Heliotron E 配位では、局在イオンのトロイダルドリフトを打ち消すなんらかの機構が存在することが結論できる。この機構なしには、高速イオンの分布関数は、急激な軌道損失により入射エネルギーの直下で「落ち込んで」(deplete) しまわねばならないからである。

図 7-6 は、垂直ビームを重ね合わせる前および後の高速イオンの垂直エネルギースペクトルである。ビームイオンのスペクトラムは、エネルギーに関して単調減少関数であった。そして垂直ビームのスペクトルは、co ビームのスペクトルに比べてより平坦だった。co および perp 入射時に観測された垂直荷電交換エネルギースペクトルの入射エネルギー近傍に ($E_0 > E > E_0/2$) に落ち込み (depletion) がみられない。

垂直ビーム入射時に観測された強い中性粒子フラックスを「垂直に入射した高速イオンが、速度空間のロスコーンに落ちることなく、トーラスの大半径まわりを周回して

いること」の実験的証拠と解釈する。実際、Heliotron Eにおける典型的な“局在”粒子は、トロイダル方向の一部分に局在しておらず、トーラス全体を周回することができる (transit あるいは untrapped banana orbit [20])。図7-5に、Heliotron Eにおける典型的な transit-banana 軌道を示した。Heliotron E装置において垂直入射によってリップルに深く捕捉された軌道上に生まれる高速イオンの閉じ込めは、第6章でシミュレーションとドリフト軌道計算によって予測していたとおりである。局在粒子の閉じ込めは、主として深いヘリカル リップルによる大きなポロイダル ドリフトによって達成されるのである。

Heliotron Eにおける局在粒子の閉じ込めを支持する他の実験事実として、垂直NB Iによって得られた加熱効率 [6, 7] がある。垂直入射によって到達可能なプラズマの中心イオン温度がc o入射のそれと比較された。この比較は、垂直ビーム単独および垂直ビームをc oビームに重ね合わせた場合の両方について行われている。両方の場合とも、c oビームと同程度の加熱効率 $(\Delta T_{i, ne})/P_{abs} \cong 2 \text{ eV } [10^{13} \text{ cm}^{-3}/\text{kW}]$ が、垂直ビームによって得られたことが報告されている。

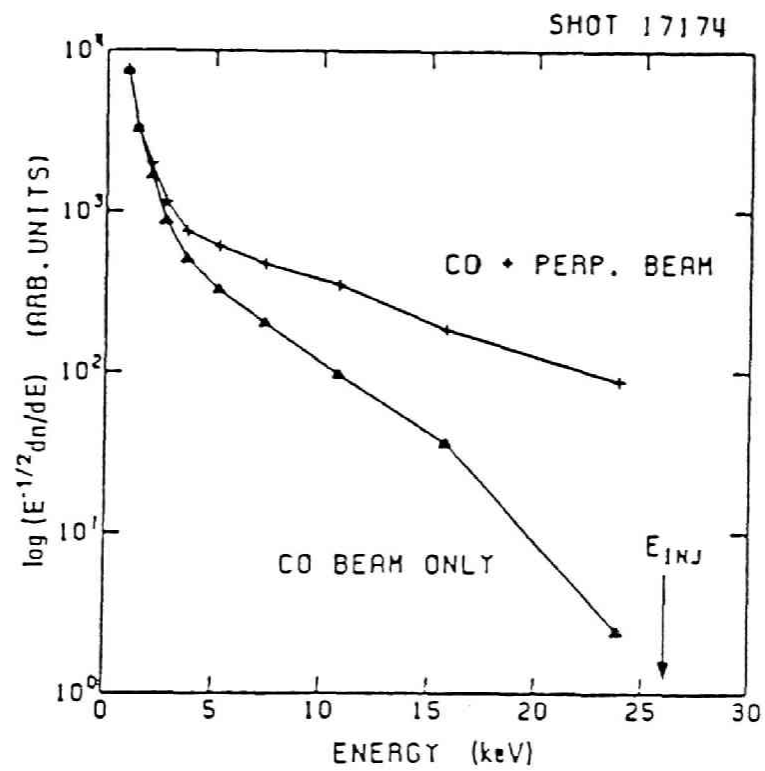


図7 6 垂直ビームを印加する前 後に受かった高速イオンの垂直 荷電交換エネルギー スペクトル、 $\log \{1/\sqrt{E} (dn_r/dE)\}$ 。このスペクトルは、図7 4と同じショットで得られたもの ($\theta_{NPA} = 0$) である。

e. 中性粒子フラックスの上下非対称性

非軸対称リップルに捕捉されたイオンの「閉じ込めの悪さ」の指標として、中性粒子フラックスの分布に現れる上下非対称性がある。例えば、TFコイルが離散的であることによるリップルの無視できないトカマクでは、プラズマから磁場に対して垂直方向に放出される荷電交換 中性粒子フラックス分布に（したがって、導出された $T_i(r)$ にも）

上下非対称性がしばしば観測されている。この非対称性の原因がリップル捕捉されたイオンのトロイダル ドリフトであることはよく知られている。したがって、ここで行った実験で観測した中性粒子フラックスに、このような上下非対称があるかどうか調べることは興味深い。もしヘリカル・リップルに捕捉された高速イオンが、上下方向にドリフトし、Heliotron Eプラズマから逃げてしまうなら、中性粒子フラックスの分布 $\Psi_{ex}(\theta_{NPA})$ は、イオン・ドリフト側に歪んでいるはずである。

図7-7は、NPAの二つの視線、 $\theta_{NPA} = +6^\circ$ と $\theta_{NPA} = -6^\circ$ 、の荷電交換フラックスの比をエネルギーの関数として示したものである。図7-7のデータは、エネルギーに関して二つの領域に分けて考えることができるだろう。それらは、

(i) 高エネルギー領域 ($3-4 \text{ keV} \lesssim E$)

(ii) 低エネルギー領域 ($E \lesssim 3-4 \text{ keV}$)

である。高エネルギー領域では、中性粒子フラックスは殆ど上下対称だった；すなわち、 $\Psi(+6)/\Psi(-6) \approx 1$ 。そして、分布関数のイオン ドリフト側への歪みは、低エネルギー領域だけにみられた。イオンのトロイダル ドリフトの方向は、この実験でもちいた磁場の向きに対して下側 ($\theta_{NPA} > 0$) である。“非対称パラメーター” $\Psi(+6)/\Psi(-6)$ のエネルギー依存性は、垂直入射のタイミングでも変わらなかった。観測された上下非対称性のエネルギー依存性は注目に値する。というのは、トカマクでリップル捕捉に起因する中性粒子フラックスの上下非対称は、高エネルギーイオンに対してより著しい[21]からである。以下において、まず、高エネルギー領域で観測された中性粒子フラックスの対称性の一つの可能な説明を、高速イオンのドリフト軌道理論に基づいて試みる。つぎに、低エネルギー領域で観測された非対称性の幾つかの可能な理由について論じる。

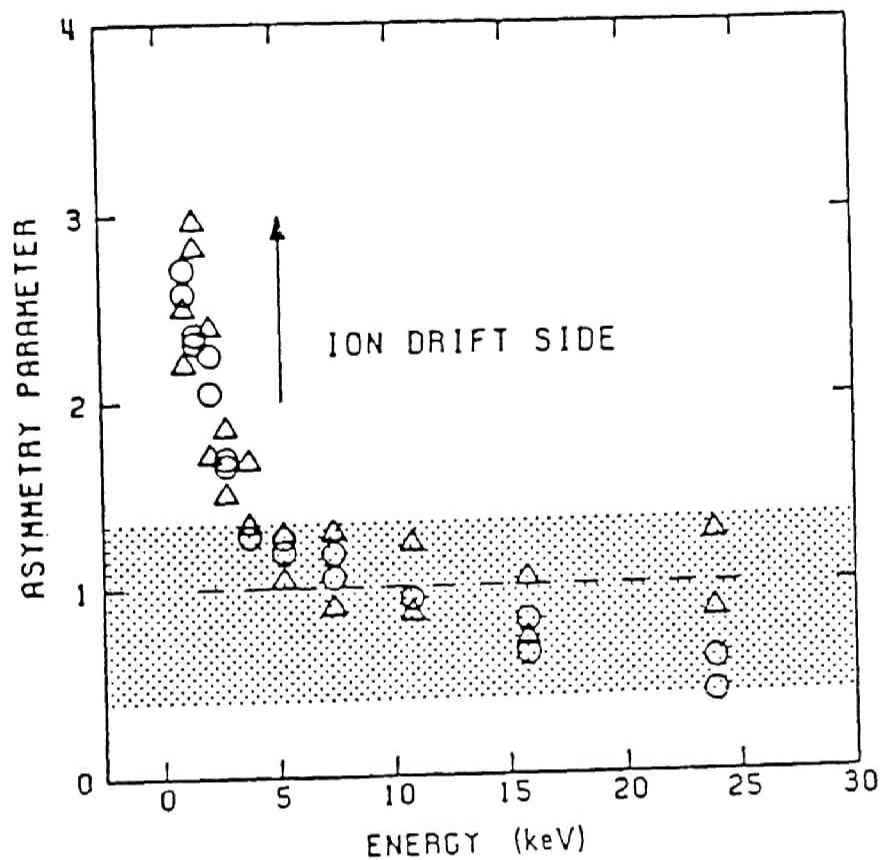


図7 7 Ψ_{cx} の上下対称性のエネルギー依存性。縦軸（“非対称パラメーター”）は $\Psi_{cx}(\theta_{NPA} = +6^\circ)$ の $\Psi_{cx}(\theta_{NPA} = -6^\circ)$ に対する比で定義した。比 $\Psi_{cx}(+6^\circ)/\Psi_{cx}(-6^\circ) > 1$ は、中性粒子フラックスがイオン ドリフト側に歪んでいることを意味する。記号○はc o入射だけのタイミングのデータ、記号△はc o + perp入射のタイミングのデータを表す。 視角 $\pm 6^\circ$ は、小接線半径（minor radius of tangency） r_t が $2/3 a$ に対応している。

高エネルギー領域で荷電交換フラックスがほぼ上下対称であったことは、「観測された中性粒子がトランジット バナナ軌道を描く高速イオンから放出されている」と仮定すれば、容易に説明できる。もし、ヘリカル捕捉粒子が、歳差ドリフトをしながら磁気軸のまわりをポロイダル方向に少なくとも1回完全な回転運動をおこなえば、粒子の感じるトロイダル ドリフトは、軌道にそって平均したとき補償されているはずである。粒子がポロイダル方向に回転を完了できる最低のエネルギー E_* は、ポロイダル・ドリフトの周期と有効捕捉時間 (effective-trapping time) を等置することにより評価できる。

$$\varepsilon_h t_{\text{scat}} = \frac{2\pi}{\Omega_h + \Omega_{E \times B}} \quad (7.5)$$

ここで、 t_{scat} は「散乱時間」であり、 $\Omega_{E \times B}$ は径電場の $E \times B$ ドリフトによるポロイダル回転周波数である。

$$t_{\text{scat}} = 6.5 \times 10^5 \frac{\Lambda^{1/2} E^{3/2}}{n_e Z_{\text{eff}}} \quad (7.6)$$

式(7.6)において $\ln \Lambda = 17$ とした。散乱時間 t_{scat} は、Spitzerの「偏向時間」 $t_d = v / \langle \Delta v_{\perp}^2 \rangle$ の2倍として定義した。ヘリオトロロン磁場中 ($\ell = 2$) でリップルに深く捕捉された局在イオンにたいして、 Ω_h は

$$\Omega_h = 10^5 \frac{2 \varepsilon_h(a) E}{Z B_0 a^2} \quad (7.7)$$

で近似できる。上式の Z ($=1$) は、高速イオンの荷電数をあらわす。オーダーを見積もるために、ポテンシャル分布としてパラボラを仮定すると、 $\Omega_{E \times B}$ として次式

$$\Omega_{E \times B} = 10^5 \frac{2 \Phi_0}{B_0 a^2} \quad (7.8)$$

がえられる。式(7.6),(7.7),(7.8)は、単位[s ; e V , k G , c m]で表した。もし、ポテンシャルが存在しなければ、式(7.5)はエネルギーに関して陽に解けて

$$E_* = 7.5 \cdot 10^{-3} \left(\frac{Z B_0 a^2 n_e Z_{eff}}{\sqrt{\Lambda} \epsilon_n(a) \epsilon_n(r)} \right)^{2/5} \quad (7.9)$$

が、二つの領域を分かつエネルギー E_* をあたえる。式(7.9)から決まる E_* の値は、 $B = 20 \text{ k G}$, $n_e = 2.5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, $Z_{eff} = 2$, $\epsilon_n(r=2a/3) \cong 0.133$ を代入すると、約 3 k e V になる。一方、ポテンシャルが存在する場合には、式(7.5)にたち戻って考えなければならない。式(7.5)から決まる E_* の値は、式(7.9)から決まるものに比べて大きく(Φ_0 が負のとき)なったり、小さく(Φ_0 が正のとき)なったりする。(ここで、負のポテンシャルとは、“動径”方向の内側に向かう両極性電場に対するものである。) NBI実験では、高速イオンの損失が負のポテンシャルの形成を促すことを予期するのは自然である[22]。例えば、 $\Phi_0 = -500 \text{ e V}$ とすると、式(7.9)は E_* として 4 k e V をあたえる。これらの E_* の値(3~4 k e V)は、図7.7の低および高エネルギー領域を分かつエネルギーと良く一致する。

負のポテンシャルがプラズマ中に形成されているときには、第6章で予測したイオンの“共鳴スーパーバナナ損失”(resonant superbanana loss)が、低エネルギー領域の中性粒子フラックスの上下非対称性を増大させる可能性がある。Heliotron Eのような配位では、共鳴軌道損失は $E \times B$ ドリフトがヘリカルリップルによる ∇B ドリフトを打ち消すときに起こる。共鳴エネルギー E_{res} をもつ局在粒子は、(ちょうどトカマクのリップル捕捉粒子のように)上下方向にドリフトし、プラズマから失われ易い。なぜなら、この特別なエネルギーのイオンについては、トロイダル・ドリフトを補償する機構は、もはや存在しないからである。共鳴条件は、パラボラポテンシャル分布にたいして $E_{res} = -\Phi_0 / \epsilon_n(a) \lesssim E_*$ となる。

もし、低エネルギー領域で観測された中性粒子フラックスの上下非対称性がイオンの共鳴損失で増大されているとすれば、ポテンシャルの強度を見積もることができる。たとえば、 2 k e V のエネルギーで共鳴が起こるためには、負のポテンシャル $-n n_0 \text{ e V}$ が必要となる。そして、この値は、ほぼ $-1.7 T_i(0)$ に相当する。ステラレータープラズマで、ヘリカル捕捉イオンから磁場に垂直方向に放出される荷電交換中性粒子の

スペクトルを利用してポテンシャルを推定するより手の込んだ方法は、文献[23]で提案され文献[24]でL2 Stellaratorに応用された。

今まで、低エネルギー領域で現れた Ψ_{ex} の非対称性の理由として、ポロイダル・ドリフト速度に関連した可能性を考えてきた。それらは、トロイダル・ドリフトの不十分な打ち消し($\varepsilon_{h-t,scat} < 2\pi/\Omega_h$)とイオンの共鳴スーパーバナナ損失($\Omega_h + \Omega_{ExB} \approx 0$)の二つである。しかしながら、低エネルギー領域で Ψ_{ex} に上下非対称が現れる現象にたいする別の可能な理由として、実空間に関連した幾つかの原因もまた検討しておく必要がある。

まず最初に考えられる実空間から派生する拘束条件は、再電離にたいする中性粒子の平均自由行程 λ が二つのエネルギー領域で異なる、いわゆる“光学的厚さ”の違いの問題である。特徴長さ λ の違いは、NPAの高および低エネルギーチャンネルは、その視線にそって、それぞれプラズマ柱の異なった部分を観測していることを意味する。 λ のエネルギー依存性は、実空間のトーラスの内側と外側で速度空間のイオン損失領域が非対称であるとき重要になる。ヘリカル捕捉粒子の軌道はトーラスの内側へシフトするので、速度空間損失領域はトーラスの外側($R > R_0$)周辺に偏在している。 $\Psi_{ex}(E < E_*)$ は、 λ が短いので、主にトーラスの外側周辺——速度空間の損失領域が存在する場所——から高速イオンの分布をサンプリングする。もし、NPAが損失領域内に滞在する高速イオンから放出される中性粒子を受けているならば、 Ψ_{ex} は上下非対称になりうる。他方、 $\Psi_{ex}(E > E_*)$ は、 λ が十分長いので、よりプラズマ中心部から、またトーラスの内側($R < R_0$)からさえも、高速イオンの分布をサンプリングできる。そして、トーラスの内側では、最外殻磁気面から近い(ポロイダル・ラーマー半径程度隔たった)周辺部をのぞいて、速度空間損失領域は存在しない。平均自由行程 λ は、ここで議論している実験の密度($n_e = 2.5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$)のとき、 $E = 3 \text{ keV}$ にたいして約20 cmであり、 $E = 20 \text{ keV}$ にたいして約44 cmである。したがって、再電離にたいする中性粒子の平均自由行程 λ のエネルギー依存性は、当初予想したよりも弱い。

つぎに、背景の中性粒子密度 n_0 の局所的な不均一性も、たとえ高速イオン自体の分布が上下対称であっても、NPAのフラックスを上下非対称にする原因になりうる。しかしながら、観測されたの非対称性と矛盾しないような n_0 の空間分布は、かなり特殊な不均一性をもたねばならない。一つの可能性として、トーラス外側のプラズマ周辺部における n_0 の局所的な強い不均一性が想定できる。Heliotron Eは磁気リミター配位

をもっている。荷電粒子は、最外殻磁気面外のはがれた (scrape off) 磁力線に導かれ、プラズマから離れた真空容器壁の特定の部分で中性化する。リサイクリングが、このように局所的であるのに加えて、もしそれが主としてイオン・ドリフト側で起こるならば、ここで観測されたような Ψ_{cx} の非対称性と矛盾しない n_0 の高い領域がプラズマ周辺部に局所的に形成される可能性がある。

上に列挙した、低エネルギー領域で Ψ_{cx} に現れた上下非対称のいくつかの可能な原因は、互いに他を排除するものではない。これらの候補のうち、どれが主要な原因であるかを特定するためには、さらに精密な測定が行われるのを待たねばならない。例えば、視線方向に分解能をもった診断ビーム・プローブを将来もちいれば、ここで観測された $\Psi_{cx}(E < E_*)$ の非対称性が速度空間の現象に起因するものか実空間の現象に起因するものか、区別できるようになるだろう。しかし、高エネルギー領域 ($E > E_*$) で観測された Ψ_{cx} の上下対称性は、既に重要な情報を含んでいる。ここで述べた Ψ_{cx} の上下対称性と前節で述べた垂直入射と同期した Ψ_{cx} の増大とは、高エネルギー中性粒子が、その軌道に沿ってトロイダル・ドリフトが正味打ち消されたような、トロイダル方向にもポロイダル方向にも周回する局在高速イオンから放出されていることを示唆する。いいかえれば、高エネルギー領域の中性粒子フラックスの性質は、第6章のモンテ・カルロ・シミュレーションで明らかにした深いヘリカル・リップル ($\varepsilon_b \gg \varepsilon_e$) をもつヘリカル系における transit-banana 軌道のふるまいと調和している。

f 共鳴スーパー・バナナ損失。

この項では、Heliotron E で垂直入射によって生じる高速イオンの共鳴軌道損失に関する予測を検証するために行ったもう一つの実験 [25] について述べる。イオンの共鳴スーパー・バナナ損失が実際に起こるかどうかは、ポテンシャル Φ の極性に依存しているので、プラズマ中の径電場 E_r を実験的に知ることが重要になる。プラズマ中のポテンシャルは、重イオンビーム・プローブをもちいて測定できるが、より簡単な方法としてプラズマのポロイダル回転速度 V_θ を $E \times B$ ドリフトの速度と解釈して径電場を推定する方法がある [22]。プラズマのポロイダル回転は、不純物のドップラー・シフトを測ることによって決められる。Heliotron E では、Czrney-Turner 型の可視分光器を用いて CV (2271 オングストローム) のドップラー・シフトからポロイダル回転速度が測定された [26]。最大の回転速度は、 $r/a \cong 0.7$ で約 $(4-6) \times 10^5$ cm/s であった。

NBIプラズマ ($n_e \cong 6 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$) は電子の反磁性ドリフトの方向に回転しており、これはプラズマ中に内向き (負) の径電場が存在することを示唆していた。この回転速度はWVII-A Stellaratorで測られた回転速度に比べてずっと小さい。ECHプラズマ ($n_e \cong 0.6 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$) では、ポロイダル回転の方向は、NBIプラズマと逆であった。

ポロイダル回転の測定は、NBIプラズマに負のポテンシャルが形成されていることを示唆した。負のポテンシャルは、前章で予測したように、イオンについてヘリカル共鳴が起こる径電場の極性に対応している。しかし、 V_θ の大きさから推定されるポテンシャルの絶対値は幸い小さい ($-1 \text{ kV} \lesssim \Phi_0 < 0$) ので、ヘリカル共鳴は入射エネルギー近傍のビーム イオンの閉じ込めに大きな影響を与えないといえる。ここで推定したポテンシャルの値が小さいことは、前に述べた高エネルギー領域 ($E \gg E_{\text{res}}$) における垂直入射イオンの閉じ込めの観測事実と矛盾しない。推定したポテンシャルの大きさから、ヘリカル共鳴は、むしろ低エネルギー領域 ($T_i < E_{\text{res}} < E_{\text{crit}}$) で起こることが予測できる。これは、高速イオンは E_{crit} より低いエネルギーにまで減速されてきたときに共鳴軌道の影響を受けることを意味する。ここで、 $E_{\text{crit}} \cong 14.8 T_e$ は、いわゆる臨界エネルギーである。その結果、ヘリカル共鳴は、NBIのイオン加熱効率を低下させる可能性がある。

図7、8は、垂直に入射した高速イオンのエネルギー スペクトルを示している。このときNPAは、速度空間の v_\perp 軸をスキャンするように磁場に対して垂直に向けていた。予測される共鳴エネルギー $E_{\text{res}} \cong 3 \text{ keV}$ のあたりに、イオンの分布関数のくぼみ (depletion) が見いだされた。標準的な $B = 1.9 \text{ T}$ のスペクトルに比べて、 $B = 0.94 \text{ T}$ のスペクトルに現れる相対的なくぼみは、速度空間損失領域における共鳴スーパー・バナナ軌道のトロイダル ドリフト時間が低磁場においてより短いこと ($t_{\text{drift}} \propto B$) によると解釈できる。ガス パフの調整によって密度を同じにしたので散乱時間は変わらないことに注意しておく。

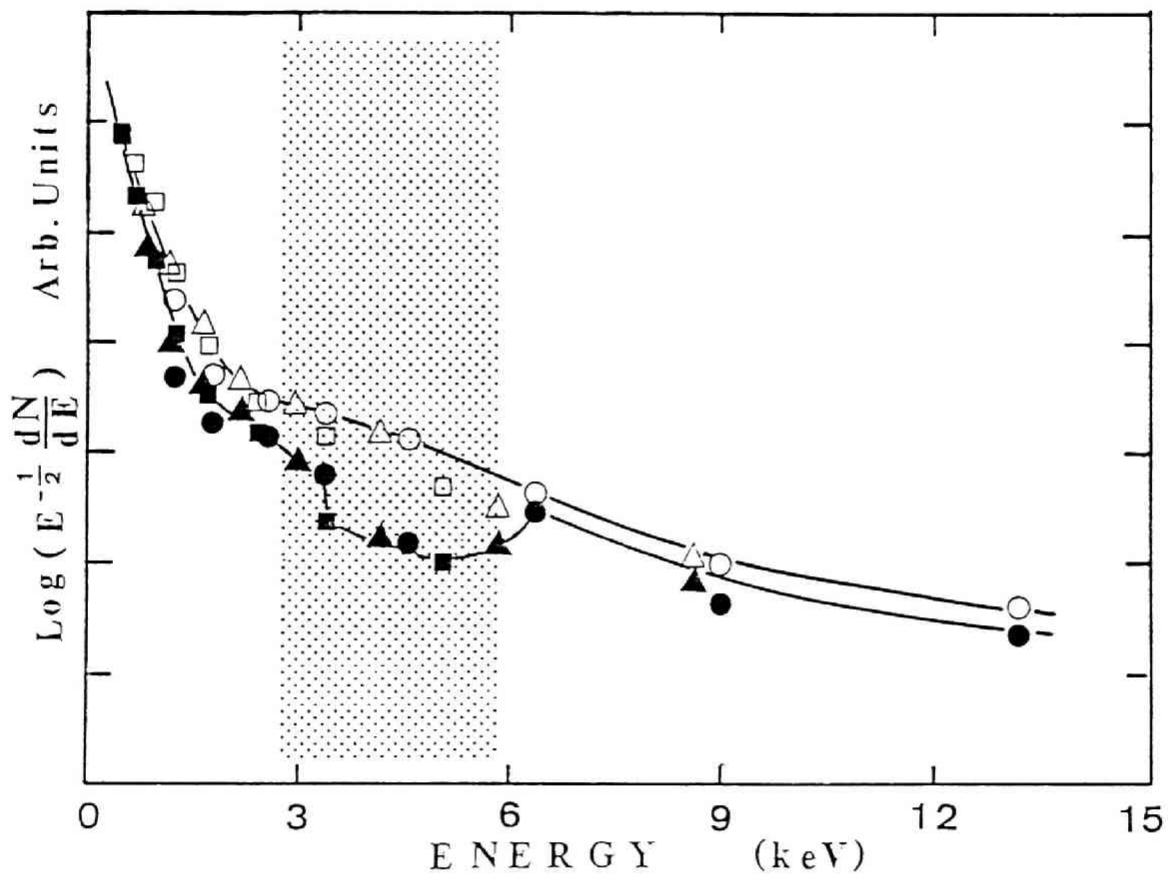


図7 8 垂直入射ビームH⁺の荷電交換エネルギー・スペクトル。白ぬきの記号(○, △, □)はB=1.9 Tに対するデータ, 黒い記号(●, ▲, ■)はB=0.94 Tに対するデータである。比較のためにプラズマの平均電子密度をほぼ共通にした。

#34398 (□), #34399 (△), #34400 (○)
 #34390 (■), #34391 (▲), #34392 (●)

§ 7 3 軌道追跡モンテ カルロ計算

a. 中性粒子フラックスの分布: $\Psi_{cx}(\theta_{NPA})$

理解がより難しかったのは、高速中性粒子 H^0 のフラックスの分布のかたちだった。c o ビームと perp ビーム・フラックスは、どちらも高エネルギー領域 ($E > E_*$) でほぼ上下対称であったが、両者の分布形: $\Psi_{cx}(\theta_{NPA})$ は、図 7. 9 で分かるように際立った差を示した。すなわち、c o ビーム フラックスは、双山型 (ホーロー) 分布を示したのに対し、perp ビーム フラックスは、 $\theta_{NPA} = 0$ にピークをもった一山型分布を示した。c o ビームと perp ビーム・フラックスの、このような違いを示すデータが Heliotron E で観測されたのは、今回が初めてではない [14]。ヘリカル捕捉粒子のバウンス運動が、観測された中性粒子信号に重要な役割を果たしているだろうことは容易に想像できるが、入射角による Ψ_{cx} 分布のかたちの違いの理由は、未解決の問題として残っていた。観測したフラックス Ψ_{cx} は、①ビーム・ラインと分析器の幾何学的パラメータ、② Heliotron E 磁場中の高速イオンのドリフト軌道、③プラズマ・パラメータ (n_e, T_e, n_0, Z_{eff}) に影響をうける衝突過程など、多くの因子に依存するので、全体のプロセスは 3D-2V モンテ カルロ手法で解析するのが適している。本研究では、角度分布 $\Psi_{cx}(\theta_{NPA})$ を軌道追跡を考慮した HELIOS コードをもちいて計算した。計算で得られる分布 $\Psi_{cx}(\theta_{NPA})$ と実験で得られた分布との直接の比較は、ドリフト軌道理論のもう一つの検証の役割を果たす。

b. シミュレーションの手続き

ここでもちいた分析器の信号 Ψ_{cx} を構成するモンテ・カルロ計算の方法は、文献 [8] にトカマクに対して与えられているものと同様である。ただし、Heliotron E の入射ビームと分析器の幾何学的配置、そして高速イオンの軌道の物理は、トカマクの場合とまったく異なる。標的プラズマは時間に依存しないと仮定した。この章で用いるモンテカルロコードは、文献 [2] におけるものを改良したバージョンで、以下の手続きから成る。

- ① 有限な太さと小さな発散角 (1.2°) をもつ中性粒子ビームから生じる高速イオンの生成点を第 4 章で説明したモンテ カルロ法で定める。入射角 ($\Theta_{NBI}, \theta_{NBI}$)、ピボット点、焦点距離、そしてイオン源の電極のかたちは、実験と同じに指定した。ビー

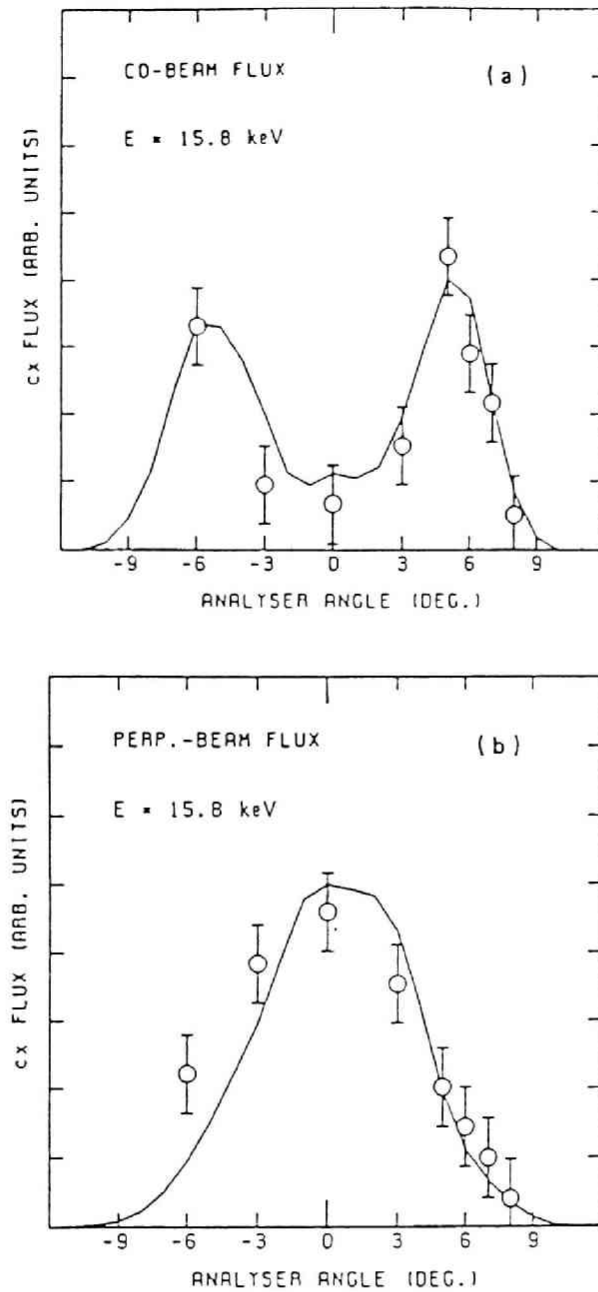


図7 9 実験とシミュレーションによる中性粒子フラックスの角度分布。エネルギー 15.8 keV に対するもの。(a) co ビーム：図7 3の時刻A、(b) perp ビーム：図7 3の時刻B。実験データはエラーバーの付いた○で示した。perp ビームフラックスは、全フラックスからco ビーム(図4参照)を外挿した寄与を差し引くことにより評価した。すなわち、 $\Psi_{cx}(t=200) - 1.5 \times \Psi_{cx}(t=125)$ とした。co ビームフラックスの外挿の誤差は、co と perp ビームフラックスの大きな差のために小さい。 $\Psi_{cx}(\theta_{NPA} < -6^\circ)$ の実験データは分析器ポートのアクセスの制限のために測れなかった。実線はモンテカルロコードの結果である。

ムパスに沿って中性粒子がイオン化される点をきめるのに「擬衝突法」をもちいた。高速イオンの軌道計算のために無作為に N_{test} 個のテスト粒子を選び、局所的発生率に応じた w_k を指定し、 $\sum_k w_k = 1$ となるように規格化する。

② エネルギー (E_0)、ピッチ (v_{\parallel}/v) そしてウエイト (w_k) をもったテスト粒子を生成点から発射し、案内中心近似で追跡する。ここでヘリオトロロン E のモデル真空磁場を用いた。真空磁場の仮定は、低ベータ 無電流プラズマに対して適切である。また、径電場はここで行った計算では無視した。この無視は、高エネルギー領域、 $E \gg |\Phi_0| / \epsilon_n(a)$ では正当化できる。

③ 軌道の追跡中、マックスウェル分布をするプラズマの電子・イオン・不純物イオンとの高速イオンの相互作用——すなわち、動力的摩擦 $\langle v_{\parallel} \rangle$ 、ピッチ角散乱 $\langle \Delta v_{\perp}^2 \rangle$ そしてエネルギー散乱 $\langle \Delta v_{\parallel}^2 \rangle$ ——を考慮した。電子温度 T_e と電子密度 n_e の分布は、トムソン散乱の測定から、またイオン温度 T_i の分布は、バルク・イオンの荷電交換スペクトラムから得られたものを計算の入力データとした。不純物レベルは、 $Z_{\text{eff}} = (1/n_e) \sum_j (n_j Z_j) = 2$ を仮定した。

④ 軌道の追跡中、高速イオンの背景中性粒子との荷電交換による損失もまた考慮した。中性粒子密度 n_0 の相対分布は、モンテカルロ法 [27] をもちいて計算した； n_0 の絶対値は、実験で得られたバルクの荷電交換フラックスの強度から評価 [16] した。計算では、中性粒子密度は磁気面上で平均化した。したがって、 n_0 の磁気面上でのポロイダルおよびトロイダル不均一性は考慮していない。

⑤ 最後に、分析器に受かる信号 Ψ_{ex} を構成する。分析器の視軸によって走査される子午面を「分析器の子午面」と定義しよう。テスト粒子がこの平面を横切る度に、その粒子のエネルギー E 、ピッチ v_{\parallel}/v そして観測角度 θ_{NPA} をテスト粒子の軌跡と分析器面との交点でもとめる。同時に、中性粒子密度 n_0 と $\langle \sigma v \rangle_{\text{ex}}$ もその交点で計算しておく。そして、そのテスト粒子のピッチ角が、付録 3 の式 (A3.3) で与えられる分析器のピッチ角と適合するかどうか判定する。もし粒子の v_{\parallel}/v が分析器によって観測可能な範囲外にあれば、このテスト粒子を棄却する。そうでない場合には、高速イオンは「

分析器の子午面」との交点で中性粒子に変換されたとし、その中性粒子が交点から分析器にいたるまでの飛行中の減衰因子 η_a の計算にすすむ。この減衰因子を計算するのに再び擬衝突法をもちいた。そして減衰した信号

$$\Psi_{ex} \propto \sum \frac{\eta_a w_k n_0 \langle \sigma v \rangle_{ex}}{V_\Phi}$$

を二次元のビン(10×25)にエネルギーとビッチの関数として蓄積する。ここで V_Φ は、案内中心速度のトロイダル成分である。和 Σ は、テスト粒子の添字 k とテスト粒子が分析器の視野に入る頻度の両方にわたって加えることを意味する。蓄積された $\eta_a w_k n_0 \langle \sigma v \rangle_{ex} / V_\Phi$ は、荷電交換フラックスに比例する。分析器の立体角は簡単のため任意に指定した。しかし分析器のピボット点の位置は、実験条件と同一にした。

モンテ・カルロ法による Ψ_{ex} の計算における一つの困難は、分析器の視線が、位相空間(3D-2V)において、高速イオンの発生点から“遠い”場所にせまい体積しか占めないことから生じる。(これは、この研究で何故入射エネルギー E_0 近傍、 $E > E_* \gtrsim |\Phi_0| / \epsilon_h(a)$ の計算にとどめたかの理由の一つである。)十分よい統計的精度を得るためには、多数の高速イオンの履歴を追ひ、多数の事象(テスト フラックス)を蓄積しなければならない。シミュレーションで分析器へ受かるテスト粒子の計数をふやし、計算結果の統計的ゆらぎを減らすために、荷電交換によるテスト粒子の消滅を抑制した。すなわち荷電交換が起こった時、テスト粒子のウェイトだけを減少させた。

c. 計算結果と実験データの比較

計算でもとめたcoおよび perp ビームのフラックス分布を図7-9(a)-(b)に実線で示した。モンテ・カルロ計算により、coビームの二山型分布も、perp ビームの一山型分布もともに再現できることがわかった。実験と計算のもっともらしい一致は、モンテ

カルロ計算の仮定、すなわち高速イオンのドリフト軌道と減速過程に関する古典的なモデルが、無電流ヘリオトロンのEプラズマのNB I実験を記述するのに適切であることを示唆する。ここで注意すべきことは、ドリフト軌道のバウンス運動を含まない0D-2V

Fokker-Planck計算では、co入射時に観測された二山型分布を定性的にさえ説明できないことである。0D-2V計算は、 $\theta_{KPA} = 0$ に関してきわめて非対称な一山型分布を

与える。そして分布のピークは、co-streaming側 ($v_{\parallel} > 0$)にある。0D-2V 計算によって説明ができないことは、高速イオンのドリフト運動や空間的不均一性がともに観測された Ψ_{ex} のふるまいを理解する上で必要なことを意味する。

観測された NPA 信号の分布のかたちを理解するために、“分析器面”上での高速イオンの分布関数を調べた。ここで高速イオンの分布関数についての情報を、テスト・イオンの減速過程を追いつながりながら計算機に蓄積した。高速イオンの分布は、5次元の関数だから一つの平面上に描くことはできない。しかしながら、最も重要な二つの変数を座標として選んで、分布関数の“断面”を描くことはできる。このような二つの座標として、(実空間から)分析器の角度を、そして(速度空間から)粒子のピッチを選んだ。図 7.10 と 7.11 は、 $(v_{\parallel}/v, \theta_{NPA})$ 面上に描いた重みつき分布関数、 $n_0 f(v_{\parallel}/v, \theta_{NPA})$ 、である。これらの図には、分析器に受かったテスト粒子の座標もまた濃い点で示した。分析器から見える v_{\parallel}/v は、符号も含めて、ほぼ z に（したがって θ_{NPA} に対しても）比例する。co 入射 (図 7.10) では、分析器は散乱された高速イオンのフラックスを観測し、perp 入射 (図 7.11) では、ほとんど散乱されない高速イオンのフラックスを直接に観測することがわかる。また分析器で見ることのできる範囲にわたって分布関数がピッチ v_{\parallel}/v に対してほぼ対称になっているのは興味深い。逆に、図 7.10 の通過粒子の領域 $|v_{\parallel}/v| \gtrsim 0.4$ では、分布関数はきわめて非対称である。モンテ・カルロ計算は、リップル捕捉領域で、高速イオンの分布関数がヘリカル捕捉粒子の速いバウンス運動によってならされ v_{\parallel}/v に関して対称化されることを示している。

一般に、測定した Ψ_{ex} 分布が、第 4 章で説明した高速イオンのデポジション分布 $H(F)$ を反映しているとみなしがちである。しかし実際には、この判断は正しくない；この判断は co 入射の場合に特に不適当である。その理由は、分布関数は速度空間において強い非等方性をもっており、分析器はその視軸のピッチ角と適合するようなヘリカル捕捉粒子だけを観測するからである。co 入射と perp 入射に対して計算されたデポジション分布は、観測されたフラックス分布ほどきわだった差を示さない。

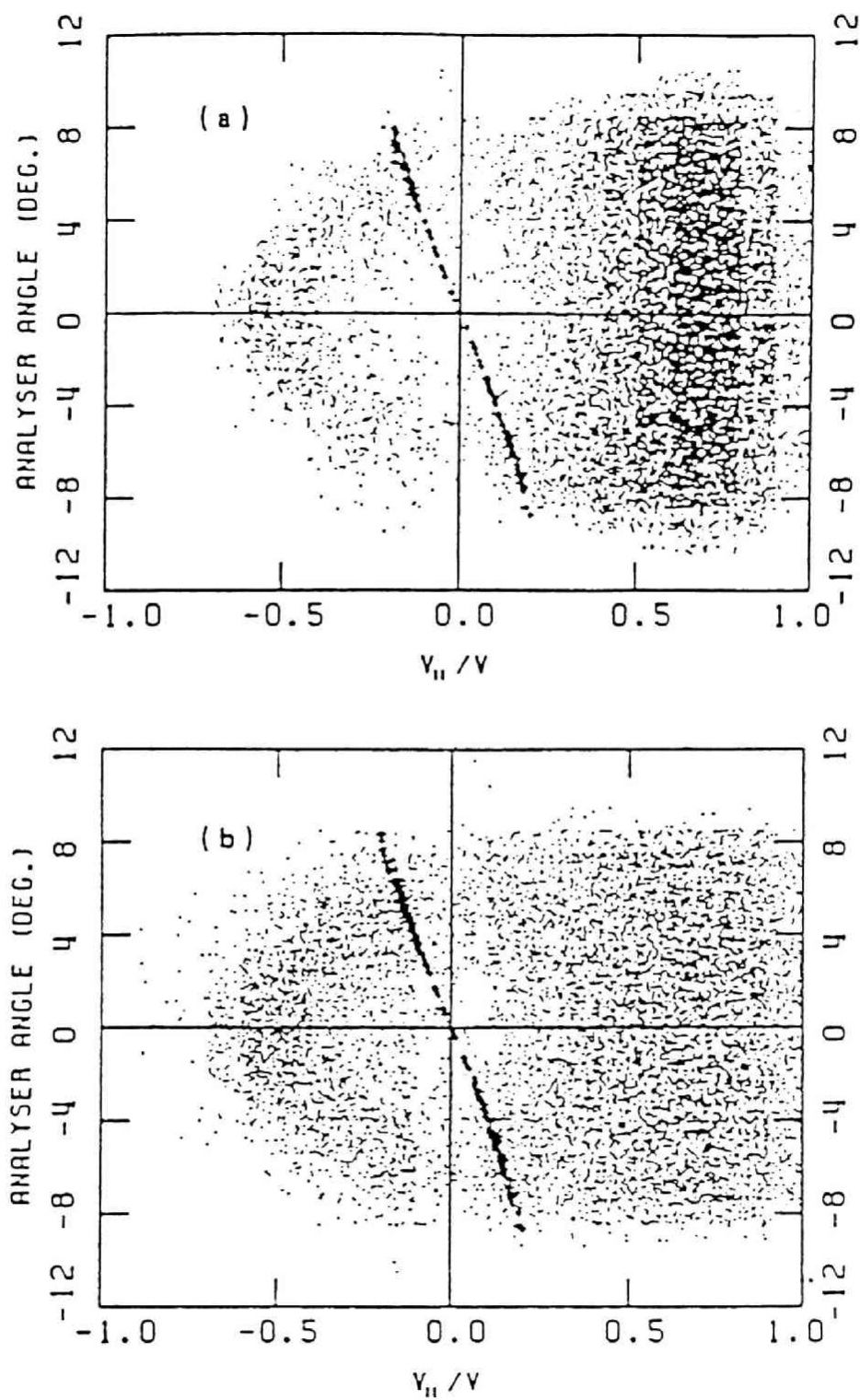


図7-10 c o ビームにたいする高速イオンの分布関数。モンテ・カルロ・コードで求めたもの。図の中の濃い点はNPAの視線の軌跡 $v_{||} / v \propto -\theta_{NPA}$ を表す。 θ_{NPA} と $v_{||} / v$ は「分析器面」上で評価した。(a) 23.9 keV, (b) 15.8 keV

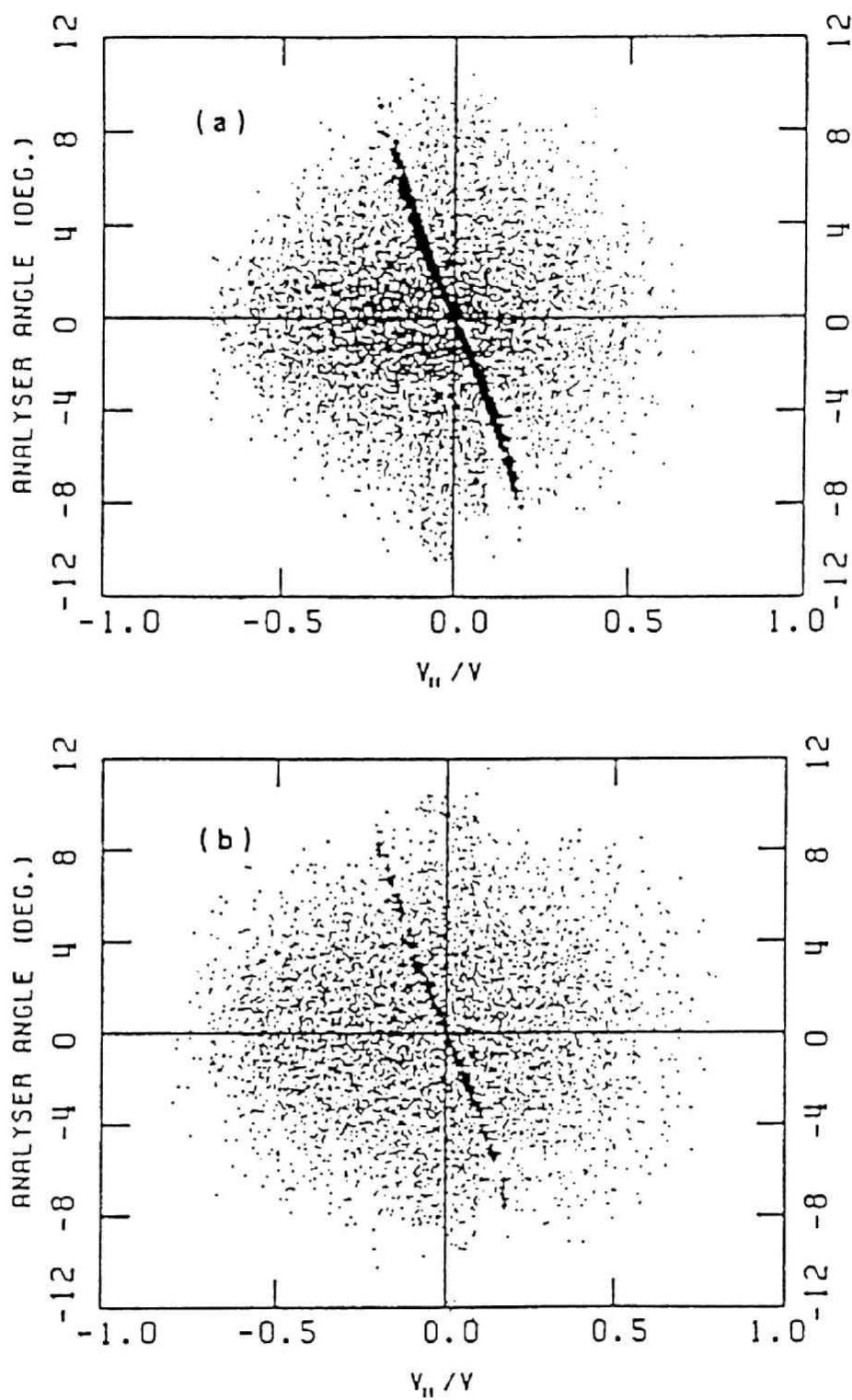


図7. \parallel perp ビームにたいする高速イオンの分布関数。モンテ・カルロ コードで求めたもの。図の中の濃い点はNPAの視線の軌跡 $v_{||}/v \propto -\theta_{NPA}$ を表す。 θ_{NPA} と $v_{||}/v$ は「分析器面」上で評価した。(a) 23.9 keV, (b) 15.8 keV

§ 7 4 第7章のまとめ

この章では、磁場に垂直に向けたNPAとドリフト軌道追跡にもとづいたモンテカルロ・コード：HELIOSを使って、非垂直（co）と垂直（perp）ビームから入射された高速イオンの閉じ込めに関して理論と実験との対応を調べてきた。この章で得た結論は、次のようにまとめられる。

- (1) 垂直NBIによって生成された（ $v_{\perp} \gg v_{\parallel}$ ）の高速イオンの閉じ込めとトロイダル方向の周回を示す中性粒子フラックスがNPAに直接観測された。
- (2) ヘリカル捕捉粒子の閉じ込めの質を評価するために、中性粒子フラックスの上下非対称性の有無を調べた。 $\Psi_{cx}(\theta_{NPA})$ の上下対称性に関して二つのエネルギー領域が見い出された。高エネルギー領域（ $E > E_* = 3 - 4 \text{ keV}$ ）では、coおよび perp 入射の両方について、 Ψ_{cx} のイオンのトロイダル・ドリフト側へのゆがみは観測されなかった。この結果は、トカマクにおけるリップル捕捉イオンの場合とは全く異なっている。トカマクでは、垂直・中性粒子フラックスのトロイダル・ドリフト側へのゆがみは、エネルギーの高い粒子に対してより著しい。
- (3) ポロイダル回転の測定によって、Heliotron EのNBIプラズマは、低エネルギー領域でヘリカル共鳴を起こすような小さい内向き電場（ $E_r < 0$ ）に対応していることがわかった。低磁場（ $B = 0.94 \text{ T}$ ）のとき、ヘリオトロンE配位でヘリカル共鳴が起こることが予想される共鳴エネルギーの近傍にくぼみ（depletion）を示す荷電交換エネルギー・スペクトルが観測された。
- (4) Ψ_{cx} の時間発展と上下対称性は、高エネルギーの局在イオンが、〈トロイダルドリフトが正味うち消されているような〉軌道上を運動していることを示唆する。すなわち、観測されたフラックスは、ヘリカル磁場が支配的な（ $\varepsilon_{\parallel} > \varepsilon_{\perp}$ ）配位中の transit-banana orbit のふるまいと矛盾しない。
- (5) 中性粒子フラックスの分布 $\Psi_{cx}(\theta_{NPA})$ は、垂直入射に対して中心にピークし

た分布を、そして c o 入射に対してホーロ分布を示した。高速イオンのモンテカルロ計算は、(perp と c o ビーム・フラックスの分布の差も含んで) これらの分布をよく再現した。計算の予想と観測された中性粒子フラックスの分布との一致は、高速イオンのドリフト軌道の効果を考慮してはじめて達成できた。

ここで述べた実験と計算は、将来の研究において改善の余地があるいくつかの制限を含んでいる。まず第一に、高速イオンの減速スペクトラムを測った N P A は、もともと、高速イオンの観測専用設計されたものではないので、入射エネルギー E_0 近傍ではエネルギー分解能 ($\Delta E/E \approx 10 - 15\%$) は十分ではない。エネルギー分解能の不十分さは、実験と計算との間のフラックスの絶対値を比較するのを困難にする。なぜならば、エネルギー・スペクトルは E_0 の近くで急峻なクラジェントをもっているからである。第二に、複雑な 3 次元の磁気面と真空容器面をもった現実の実験装置では、中性粒子密度は正確に計算するのが容易でないことがあげられる。中性粒子密度は、必ずしも磁気面量である必要はないので、ポロイダルおよびトロイダル方向の不均一は十分ありうる。

上に述べた制限の観点からすれば、この章で説明した実験と計算は、ヘリオトロンの型磁場配位における高速イオンの減速過程のより包括的理解に向けての第一歩と理解すべきである。しかし、垂直入射のタイミングに同期した、上下対称性のよい強い中性粒子フラックスの存在と、実験とモンテカルロ計算との間のフラックス分布の良好な一致とは、Heliotron E においてトロイダル方向に周回可能な、よく閉じ込められた、垂直に入射した高速イオンの一群の存在を明らかにした。

この論文は、もちろん、垂直入射で生成されたすべての局在粒子の完全な閉じ込めを主張しているわけではない。観測された中性粒子フラックス強度から閉じ込められた高速イオンの絶対数を評価することは非常に困難であるが、モンテカルロコードによって、高速イオンの閉じ込め割合を評価できる。モンテカルロ計算によれば、ポートを通過した全ビーム粒子に対して、約 8.3 % の垂直に入射された高速イオンが、ここで議論したプラズマパラメーターに対して軌道損失として失われる。(このとき shine through は、約 41 % である。) 計算された軌道損失は、主としてトーラス外側のプラズマ周辺部で起こる。

文 献

- [1] K.Hanatani, Y.Nakashima, H.Zushi, F.Sano, O.Motojima, M.Wakatani, T.Obiki, A.Iiyoshi, K.Uo: Nucl. Fusion 25 (1985) 259.
- [2] K.Hanatani, M.Wakatani, K.Uo: Nucl. Fusion 21 (1981) 1067.
- [3] K.Uo, A.Iiyoshi, T.Obiki, S.Morimoto, M.Wakatani, et al., Proc. 10th Int. Conf. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Brussels, 1980, (IAEA, Vienna, 1981) Vol.1, p.217.
- [4] K.Uo, A.Iiyoshi, T.Obiki, O.Motojima, S.Morimoto, et al.: Nucl. Instrum. & Methods 207 (1983) 151.
- [5] K.Uo, A.Iiyoshi, T.Obiki, O.Motojima, S.Morimoto, et al.: Proc. 11th Europ. Conf. Controlled Fusion and Plasma Physics Aachen, 1983, (EPS, Geneva, 1983) Vol.7D-Part I, p.185.
- [6] F.Sano, T.Obiki, K.Hanatani, H.Zushi, S.Sudo, et al.: ibid., Vol.7D-Part II, p.331.
- [7] F.Sano, T.Obiki, O.Motojima, A.Sasaki, K.Hanatani, et al.: Nucl. Fusion 24 (1984) 1103.
- [8] R.Kaita, R.J.Goldston, J.P.Bussac: Nucl. Fusion 21 (1981) 953.
- [9] R.Kaita, R.J.Goldston, P.Beiersdorfer, D.L.Herndon, J.Hosea, D.Q.Hwang, F.Jobes, D.D.Meyerhofer, J.R.Wilson: Nucl. Fusion 23 (1983) 1089.
- [10] M.Greenwald, J.J.Schuss, D.Cope: Nucl. Fusion 20 (1980) 783.
- [11] TFR Group: Nucl. Fusion 23 (1983) 425.
- [12] E.L.Berezovskij, A.B.Izvozchikov, M.P.Petrov, A.V.Gurevich, Ya.S.Dimant, Yu.N.Dnestrovskij, S.L.Efremov, D.P.Kostomarov, A.P.Smirnov: Nucl. Fusion 23 (1983) 1575.
- [13] H.Zushi, Y.Nakashima, K.Kondo, A.Iiyoshi and K.Uo: J. Phys. Soc. Jpn. 51 (1982) 2673.

- [14] 中嶋洋輔, 『ヘリオトロンE装置に於ける荷電交換中性粒子測定に関する研究』
京都大学 博士学位論文 (1983年)
- [15] M.P.Petrov, A.V.Khudoleev: Sov. J. Plasma Phys. 5 (1979) 310.
- [16] Y.Nakashima, H.Zushi, K.Hanatani, K.Kondo, A.Sasaki, et al.:
J. Phys. Soc. Jpn. 52 (1983) 4166.
- [17] R.J.Goldston, D.C.McCune, H.H.Towner, S.L.Davis, R.J.Hawryluk
and G.L.Schmidt: J. Comput. Phys. 43 (1981) 61.
- [18] K.Miyamoto: Phys. Fluids 17 (1974) 1476.
- [19] O.A.Anderson and H.P.Furth: Nucl. Fusion 12 (1972) 207.
- [20] A.A.Galeev, R.Z.Sagdeev: H.P.Furth and M.N.Rosenbluth,
Rev. Lett. 22 (1969) 511.
- [21] for example, equipe TFR: Nucl. Fusion, 18 (1978) 647.
- [22] W7A Team and Neutral-Injection Team, presented by W. Ott,
"Co and Counter-Injection Heating in W7A Stellarator", Proc.
4th Int. Symp. Heating in Toroidal Plasmas, Rome, 1984.
- [23] L.M.Kovrizhnykh: Sov. J. Plasma Phys. 8 (1982) 630.
- [24] S.E.Grebenshchikov, L.M.Kovrizhnykh, I.S.Sbitnikova, A.V.
Khudoleev and I.S.Shpigel: Sov. J. Plasma Phys. 9 (1983) 696.
- [25] K.Hanatani, F.Saño, Y.Takeiri, K.Kondo, H.Zushi, et al.:
Proc. 14th Europ. Conf. Controlled Fusion and Plasma Physics,
Madrid, 1987, Vol.11 D Part I, p.396.
- [26] H.Zushi, K.Kondo, S.Nishimura, et al.: "Poloidal Rotation
Measurements on ECR plasmas in Heliotron E", Proc. EC-6
Joint Workshop on ECE and ECRH, Oxford, 1987.
- [27] M.H.Hughes and D.E.Post: J. Comput. Phys. 28 (1978) 43.

第8章 要約 と 結論

この論文では、非軸対称トーラス プラズマをもちいた核融合研究の分野で、80年代に入った頃からWVII-A Stellarator (マックス プランク プラズマ物理研究所) と共に、主導的な役割を果たしてきたHeliotron E装置 (京都大学) における高エネルギー粒子の緩和過程と閉じ込め特性を研究した。

本研究に着手した頃、ステラレーターやヘリオトロンのような非軸対称系では、対称性の破れに起因する磁場の非一様性 (ヘリカル リップル) に捕捉される高エネルギー粒子 (ヘリカル捕捉粒子) の閉じ込めに関して、十分な実験データが存在していなかったにもかかわらず悲観的な見解が存在しており、その特性を明らかにすることは極めて大切な課題だと考えた。

本研究では、加熱実験で重要な位置を占めていることと、ビーム イオンが粒子軌道の研究に適しているという二つの理由から、高エネルギー粒子のなかでも特に中性粒子ビーム入射 (NBI) 加熱によって生じる高速イオンに焦点をあて、その閉じ込めのHeliotron E配位における特徴を明らかにすることを主題とした。NBIでは、高速の中性粒子を磁場に垂直方向に入射して、エネルギーの高い (ヘリカル捕捉粒子) をプラズマ中に生成できる。WVII-AとHeliotron E装置では、それ以前 (CLEO, JIPPT-II) および以降 (ATF, WVII-AS) のヘリカル装置で磁場に対して接線方向への入射が選ばれたのとは異なり、垂直に近い入射が試みられた。だが、この選択は結果的にヘリカル捕捉粒子のふるまいに関する興味深い実例を提供することになった。そして本研究で発展させてきたような数値モデルを検証する機会をもたらした。

序論であげた本研究の課題を、ここに再び記すと、それらは次のような問いだった。

高速イオン (とくにヘリカル捕捉イオン) の閉じ込めは十分か

高速イオンの減速過程は、古典的か

ドリフト軌道の観点から、Heliotron EはWVII-Aとどのように違うか

Heliotron Eにおける径電場の役割は、WVII-Aと同じか

このような問いに答える手段として、本研究では、NBI加熱によって生じる高速イオンの発生から熱化にいたるまでの全過程（①電離による高速イオンの発生、②高速イオンのドリフト軌道、そして③プラズマ粒子とのクーロン衝突による高速イオンの緩和）に関する数値モデルを開発してきた。

本研究では、Heliotron Eにおける高速イオンのふるまいの特徴を浮彫りにするため、異質な磁場構造をもつW7-A Stellaratorと比較しながら仕事をすすめた。もし、これら二つの異なった性質の磁場配位において、垂直入射によって生じる高速イオンの減速過程における閉じ込めが、同一の理論的枠組みにもとづいた数値モデルで説明できれば、その理論的枠組みの基盤を、より強固なものにできるだろう。

本論文で行った研究は、次の三つの段階に分かれる

- 1 古典的モデルにもとづいた三次元モンテカルロコードの開発
- 2 開発したコードをつかったHeliotron Eに関する理論的予測
- 3 理論的予測とHeliotron E実験との比較

以下において、これら三つの研究段階における主要な成果と論点を要約し、最後に結論を述べる。

1 数値モデルの開発について

第2章では、一般的化されたヘリカル巻線に対するビオ・サバル則の積分法にもとづいたフレキシブルな磁場計算コードを作成した。また、磁場中を運動する荷電粒子軌道の案内中心近似について述べ、高速イオンの追跡のために作成したドリフト軌道計算コードについて説明した。ここでHeliotron Eの磁場構造、磁気面、そして粒子軌道の性質を議論した。三次元磁場中で多数のテスト粒子を追うシミュレーションでは、膨大な計算処理時間が必要になる。そのため、いかに効率よく粒子軌道を追跡できるかがポイントになる。第3章では、対称性の破れた配位において、場の量を効率よく計算できる独自の三次元内挿スキームを提案し、ドリフト軌道追跡コードの高速化を計った。新しい内挿法（field-splitting scheme）は、与えられた三次元場の量を①卓越した対称場（2次元）と②対称性を破る摂動場（3次元）とに分解するアルゴリズムにもとづい

ている。ここで提案したスキームは、隣接した対称配位（ヘリカル対称、軸対称など）をもつ三次元配位の理論解析に広く応用できる。この内挿スキームは、高速で正確なドリフト軌道の追跡を可能にただけでなく、対称性を破る摂動の影響を直接しらべる手段を解法の一部としてもたらし。

新しい計算スキームをつかって、ヘリオトロン磁場で粒子のトロイダルドリフトを調べた結果、閉じ込め領域の周辺部で正味のトロイダルドリフトが同じアスペクト比のトカマクにくらべて小さくなっていることがわかった。垂直ドリフトの実効的な減少は、ヘリオトロンプラズマ中の荷電粒子の拡散的および非拡散的損失を減らす可能性があることを意味するので今後さらに追求すべき興味ある課題である。

第4章では、NBIによる〈高速イオンの生成〉の部分の数値モデルを開発した。すなわち、任意のかたちの標的プラズマを、任意の方向につらぬく有限幅ビームによって発生する高速イオンの初期吸収分布を計算するコードを作成した。モンテ・カルロ法を使うことにより、三次元的なプラズマのかたち、密度および温度分布、入射ビームの幾何光学的条件などを現実的に扱える数値モデルが開発できた。

第5章では、〈高速イオンの熱化過程〉を扱った。プラズマ粒子とのクーロン衝突を記述するフォッカー・プランク方程式にもとづいたモンテ・カルロ衝突モデルを使って、高速イオンの速度空間における減速過程のシミュレーションを行った。この章では、減速時間、イオン加熱割合、荷電交換時間などの特徴量のHeliotron E実験に対する典型的な値を評価し、理想的な加熱がおこるための条件について議論した。

以上、第2章から第5章にかけてモジュールごとに開発した数値モデル群は、主プログラムから呼び出すことにより、結合して走らせることができる一つのコード体系に統合し、HELIOSと名付けた。

2 数値モデルの応用について。

第6章では、本論文の前半で開発したHELIOSコードをHeliotron EとWVII-Aの磁場配位に応用して、一連の研究を行った。

プラズマ中の電場を無視して行った初期のモンテ・カルロシミュレーション（第6章の前半）によって、WVII-A StellaratorとHeliotron E配位に対して、きわめて異なった結果をえた。すなわち、「WVII-A Stellaratorでは、垂直に近い入射の軌道損失が極めて大きく、実質的な加熱は期待できない」というマックス・プランク研のグループ

が公表していた結果を裏付ける結果をえると同時に、Heliotron Eでは、加熱効率の入射角依存性はWVII-Aの場合と大きく異なり垂直入射にたいして加熱効率が最小にならない、という新たな結果をえた。本研究を貫く基本的な考え方は、単に定量的な加熱効率を計算するだけでなく、背後にある普遍的な法則性を、粒子軌道のレベルにまで下って明らかにしようと試みたことにある。つまり次のような道筋：

〈加熱効率〉→〈速度空間ロス コーン〉→〈ドリフト軌道〉→〈磁場配位〉

を辿りながら、巨視的な積分量である加熱効率を理解しようとした。このような方針に沿って、Heliotron EとWVII-A配位における加熱効率の入射角依存性の大きな差を、二つの配位のロス・コーンの構造の違いで説明した。そしてロス・コーンの違いは、ヘリカル捕捉粒子のドリフト軌道の違いを反映していることを明らかにした。すなわちヘリオトロン磁場では、従来のステラレータ磁場と異なり、深い ε_h による ∇B ドリフトが大きなポロイダル ドリフトを生み、深く捕捉された粒子 ($v_{\parallel} \approx 0$) を閉じ込めることができる。その後Heliotron Eで行われたNBI実験で、垂直ビームの加熱効率が非垂直ビームの効率と変わらないというデータが報告されている。また垂直に近い入射によって、低密度に対して $T_i \gtrsim 1 \text{ keV}$ のプラズマが、高密度に対して $\beta \cong 2\%$ のプラズマがそれぞれ達成され、本研究で理論的に予測した垂直入射の有効性が確かめられている。

一方、WVII-A装置では、理論予測と実験結果の矛盾が問題になった。すなわちWVII-AのNBI実験では、上に述べた初期の計算の予測に反して、垂直入射にもかかわらず高いイオン温度 ($T_i \gtrsim 1 \text{ keV}$) が達成された。この矛盾を解消するために、マックス プランク研のグループは、①「速度空間不安定性による異常減速過程」と②「径(方向)電場による高速イオンの閉じ込め」、の二つの仮説を提出したが、前者はその後、実験的に否定された。そして彼らは、後者を支持する計算結果をODINコードに径電場を含めたシミュレーションによって示した。

第6章の後半では、これらの研究をさらに発展させ、非軸対称系で径電場が高速イオン閉じ込めに及ぼす影響を理論的に研究した。まず、径電場をとまなう非軸対称プラズマでは、一般に二種類の $E \times B$ ドリフト共鳴(トロイダル共鳴とヘリカル共鳴)が起こりうることをドリフト軌道計算によって示した。そしてこの二種の共鳴条件のもとで、

ドリフト軌道のトポロジーの大きな変化が起こり、共鳴バナナ軌道や共鳴スーパーバナナ軌道と呼ぶべき特徴的な粒子軌道が現れることを計算し、これらの共鳴粒子が速度空間のロス・コーンの形成や変化に重要な影響を与えていることを明らかにした。このような考察をふまえ、WVII-Aのようにヘリカル・リップルが浅くかつトロイダル・ラーマ半径の大きい配位では、E・Bドリフト共鳴の一つのブランチ——トロイダル共鳴——が高速イオンの閉じ込めの改善に深く関与していること示し、その改善のメカニズムを解明した。すなわち、WVII-A配位では、内向きの径電場の形成によるトロイダル共鳴層の速度空間によるシフトにともなうロス・コーンの移動という概念を使って、垂直入射イオンの閉じ込めの特徴に理論的説明を与えた。WVII-Aにおける径電場の高速イオン閉じ込めのメカニズムの特殊性を明らかにしたことによって、たとえ同程度の径電場が存在しても、磁場構造の違うプラズマ中では同じ現象は期待できないことが分かった。たとえばHeliotron Eでは、E×Bドリフト共鳴のもう一つのブランチ——ヘリカル共鳴——が低エネルギー領域で問題になる可能性を指摘した。

3 理論と実験の対応について。

つぎに、理論とHeliotron E実験の対応について要約する。理論の予測（第6章）との対応を調べるため、Heliotron E装置でビームイオンの閉じ込めを検証するための実験を行った（第7章）。この実験では、ヘリカル捕捉粒子の挙動をしらべるため、荷電交換によって磁場に垂直方向に放出される中性粒子フラックス Ψ_{cx} を、NPA (neutral particle analyzer)を使って測った。ここで、NPAフラックスの時間変化と空間分布に注目して調べた結果、高エネルギー領域と低エネルギー領域で異なった現象が観測された。

まず、ヘリカル捕捉粒子の閉じ込めに関する理論的予測を確認するため、垂直ビーム入射前後のNPA信号の時間変化を調べた。打ち込んだ垂直ビームとトーラスの反対側に位置しているNPAに、垂直ビームと同期した強いフラックス Ψ_{cx} が観測された。すなわち、シミュレーションの予測（第6章の前半）どおり、リップル e_n に深く捕捉された高速イオンが、速度空間のロス・コーンに失われることなく、Heliotron Eの大半径まわりに周回できることを観測データは示していた。つぎに、高速イオンの閉じ込めの質を評価するために、NPAを上下方向にスキャンして、荷電交換フラックス Ψ_{cx} に上下非対称性が現れるかどうか調べた。高エネルギー領域 ($E_0 \gtrsim E \gtrsim 3\text{--}4\text{ keV}$) で

は、NPAフラックスは、ほぼ上下対称な分布をしていた。さらに、測定された Ψ_{ex} の分布形は、HELIO Sコードでよく再現できることがわかった。これらの結果は、Heliotron Eの垂直入射実験においてトロイダル方向に周回可能な、高速イオンの一群の存在を明らかにした。 Ψ_{ex} の時間変化と空間分布は、ともに、観測されたフラックスがトランジット バナナ軌道上にある高速イオンから放出されていると仮定すると、ドリフト軌道理論と古典的なクーロン衝突だけを使ったモデルと調和している。

一方、低エネルギー領域 ($E \lesssim 3\text{--}4\text{ keV}$) 測定されたフラックス Ψ_{ex} の上下分布は、イオンのトロイダル・ドリフトの方向に歪んでいた。このデータは、その歪みが中性粒子密度の局所的な非一様性に起因していないと仮定すると、バルク・プラズマ温度の数倍のエネルギーをもつ超熱イオンの損失が生じている可能性を示唆する。NPAフラックスの歪みを説明する一つの仮説として、第6章の後半で議論したヘリカル共鳴によって起こる共鳴スーパー・バナナ損失を考えた。この仮説をさらに確かめるため、プラズマ ポロイダル回転の測定と組み合わせたもう一つの実験を行った。この実験で、不純物光のドップラー シフトから測られたポロイダル回転の方向は、径電場が内向きの場合の $E \times B$ ドリフトの方向と一致していた。その実験で、高磁場 ($B = 1.9\text{ T}$) のNPAスペクトルをリファレンスとして、低磁場 ($B = 0.94\text{ T}$) のNPAスペクトルを調べたところ、低エネルギー領域に、ヘリカル捕捉イオンの軌道損失を示唆するくぼみ (depletion) が観測された。これらの二つの実験の観測データは、プラズマ中に内向きの径電場が形成されている場合に予測した、ヘリカル共鳴 ($\Omega_b + \Omega_{ExB} = 0$) によって誘発される高速イオンの共鳴スーパー バナナ損失の描像と矛盾しない。すなわち、径電場を考慮したドリフト軌道理論との対応がある。

以上のべたように本研究では、高速中性粒子入射によってHeliotron E磁場中に生まれる高速イオンの生成から熱化にいたるまでの過程を、古典的な衝突とドリフト軌道理論にもとづいて調べた。とくに配位の非対称性に起因するヘリカル捕捉粒子に焦点をあて、その閉じ込めのHeliotron E配位に固有な特徴をWVII-Aと対比させながら明らかにした。従来、「ヘリカル捕捉粒子は、極端に閉じ込めにくいものであり、その存在がステラレーター/ヘリオトロンの最も重大な問題点の一つである」と信じられてきたことを考えれば、本研究で提示した、ヘリカル捕捉粒子の閉じ込めに関するシミュレーションの結果とHeliotron E実験による確認は、新しいものであり強調に値する。しか

しながら、本研究で明らかにしたヘリカル捕捉イオンの閉じ込めは、Heliotron Eの磁場構造が比較的アスペクト比が大きく、深いヘリカル リップルをもっていることの帰結であることを注意しておかなくてはならない。高速イオンの古典的な計算モデルと実験との対応が良いという本研究の結果は、次世代のヘリカル型実験装置における高速イオンの閉じ込めを、古典的なモデルに頼って予測することに一つの信頼性を与えたといえる。高速イオンのふるまいが古典的であると考える立場に立つと、その閉じ込めは磁場構造を最適化することによって制御できるものであることになる。本研究で得られた知見と本研究の過程で工夫した数値モデルや計算スキームが、将来のヘリカル系におけるプラズマ閉じ込め研究に、ささやかながらでも役立つことを筆者は願っている。

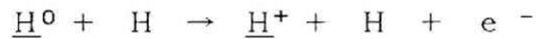
付録1 ビームの吸収に関与する原子過程

ここでは、本研究で用いたビームの吸収に関与する原子過程の種類と断面積のエネルギー依存性について述べる。また、ヘリオトロニド実験の入射エネルギー領域で、どのプロセスが主要な過程であるかについて述べる。入射ビームの吸収に関与する衝突の性質は、ビームの入射エネルギーと標的プラズマの密度との最適な組み合わせを決める。また衝突過程は、プラズマおよび残留中性ガスの粒子バランスを考える上でも大切である。

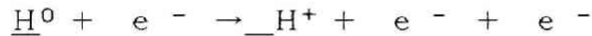
a. 衝突過程の種類

プラズマに入った高速ビーム粒子 \underline{H}^0 （アンダーラインは、粒子が高速であることを示すために付ける）は、プラズマ中のイオン、電子そして不純物イオンによる衝突をうけて高速イオン \underline{H}^+ に生まれ変わり、閉じ込め磁場によって拘束される。このときに起こる衝突過程として、次の4つのプロセスが考えられる。

① イオンによる衝突電離 (impact ionization)



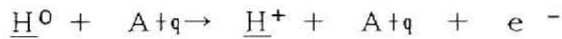
② 電子による衝突電離 (impact ionization)



③ イオンによる荷電交換 (charge exchange)



④ 不純物イオンとの衝突電離と荷電交換



本論文では、荷電交換③、④も含む上の四つの過程をまとめて単に高速中性粒子の“電離”とよぶ。①、②の過程では粒子数が保存されないことに注意する。③の過程で供給される T_i 程度のエネルギーをもった中性粒子は“halo”と呼ばれる。NB I 実験では、halo 中性粒子は、壁からくる中性粒子と共に重要な中性粒子源となりうる。

b. 電離過程の断面積

粒子間の相互作用は、衝突の断面積 (cross section) をもちいて定量的に記述できる。そして、断面積 σ と反応係数 (rate coefficient) $\langle \sigma v \rangle$ は、粒子間の相対速度でさまる。通常の NBI 実験のパラメーター範囲では、ビーム粒子の速度 V_b は、背景プラズマのイオンの熱速度 $V_{th,i}$ より十分速くかつ電子の熱速度 $V_{th,e}$ より十分遅い。この条件のもとで、ビーム粒子に対する上述の4つのプロセスによる全“電離”断面積 σ_T は

$$\sigma_T = \underbrace{\frac{n_i}{n_e} (\sigma_{ii} + \sigma_{cx})}_{\text{イオン}} + \underbrace{\frac{\langle \sigma v \rangle_{ei}}{V_b}}_{\text{電子}} + \underbrace{\sum_j \frac{n_j}{n_e} (\sigma_{ij} + \sigma_{cxj})}_{\text{不純物イオン}} \quad (A1.1)$$

で与えられる。ここで相対速度として、電子との衝突にたいして V_b を無視し、逆にイオンとの衝突および不純物イオンとの衝突にたいして V_b だけを考慮した。記号 \sum_j は不純物イオンによる衝突電離と荷電交換を加えることを表す。記号 $\langle \rangle$ は Maxwell 分布に関する平均を意味する。

水素同位体にたいする荷電交換と (イオンおよび電子による) 衝突電離の断面積は Riviere によって便利な形にまとめられている。現在の NBI 実験で用いられているビームのエネルギー領域 ($E_0 \lesssim 40 \text{ keV/AMU}$) では、荷電交換がビームの吸収 (イオン化) を支配する主要な衝突過程である。荷電交換の断面積は

$$\sigma_{cx} = \frac{0.6937 \times 10^{-14} (1 - 0.155 \log E)^2}{1 + 0.1112 \times 10^{-14} E^{3.3}}; \quad [\text{cm}^2] \quad (A1.2)$$

で近似できる。ここで、 E は eV 単位で表されている。近い将来必要となるより高いエネルギー領域 ($E_0 \gtrsim 40 \text{ keV/AMU}$) では、荷電交換の寄与は急激に減少し、イオンによる衝突電離がこれにとって代わる。電子による衝突電離は、いずれの領域でも無視できるほど小さい。したがって、ビームの吸収は電子温度 T_e には殆ど依存せず、主として入射エネルギー E_0 と電子密度 n_e によって決まる。

c. 電離過程に及ぼす不純物の効果

ビームの吸収に影響を与えるもうひとつの要因として、プラズマ中の不純物の存在がある。高速中性粒子のイオン化に及ぼす不純物の影響は、不純物堆積 (impurity build up) 不安定性に関連して多くの議論的となってきた。以前は、衝突電離が主要なプロセスだと考えられ、断面積は Z_j^2 (Z_j は不純物の荷電数) に比例するとされていた。しかしながら、Olson et.al (1978) は、衝突電離は非常に高いエネルギー ($E > 32 Z_j \text{ keV}$) においてのみ主要なプロセスであることを示し、低エネルギーでは荷電交換が主要なイオン化の原因であることを示した。彼らが導いた断面積 $\sigma_{\text{imp}} = \sigma_{ij} + \sigma_{exj}$ に対する解析的あてはめ式は

$$\sigma_{\text{imp}} = 4.6 Z_j \times 10^{-16} \left\{ \frac{32 Z_j}{E} \left[1 - \exp \left(- \frac{E}{32 Z_j} \right) \right] \right\} \quad (\text{A1.3})$$

である。ここで、 E は高速中性粒子のエネルギー (keV/AMU) を表す。ヘリオトロンの E への入射実験のエネルギー領域 ($E \lesssim 30 \text{ keV}$) では、不純物の存在は純粋な水素プラズマに比べて全電離断面積を減らすように働く。したがって、ヘリオトロン E では不純物堆積不安定性を考えなくてもよい。不純物が増えると、むしろ“つきぬけ” (shine through) 損失が少し増える。

文 献

- 1] A.C.Riviere: Nucl. Fusion, 11 (1971) 363.
- 2] R.E.Olson, K.H.Berkner, W.G.Graham, R.V.Pyle, A.S.Schlachter and J.W.Sterns: Phys. Rev. Lett, 41 (1978) 163.

ここではヘリオトロンEにおけるドリフト軌道の基本的な性質を考慮できる簡単なモデル磁場について述べる。小半径が a_c でピッチ長が L の $q=2$ ヘリカルシート電流によって作られるモデル磁場 \vec{B} は、ヘリカル対称な磁束関数 Ψ から導ける：

$$\vec{B} = B(\theta) \hat{h} + \nabla \Psi \times \hat{h} \quad (A2.1)$$

$$\hat{h} = \frac{(\hat{z} + \rho^2 \hat{\theta})}{1 + \rho^2} \quad (A2.2)$$

$$\begin{aligned} \Psi = - \frac{\pi}{L} B_{cz}(0) \{ \alpha + e_0 - e_1 \rho_c K_2 \} (2\rho_c) \\ + \cos 2 \left(\theta - \frac{2\pi z}{L} \right) \rho^2 \end{aligned} \quad (A2.3)$$

ここで (r, θ, z) は、通常の円柱座標である。また $K_2(x)$ は、第二種変形ベッセル関数の一次導関数をあらわす。そして $\rho_c = 2\pi a_c / L$ であり、 $\rho = 2\pi r / L$ である。係数 α, e_0, e_1 は、磁場コイルの形状にあわせて指定する。粒子軌道は擬トロイダル座標 (r, θ, ϕ) で計算した。円柱座標と (r, θ, z) 座標との間には、 $z = (R + r \cos \theta) \phi$ の関係がある。粒子のドリフト運動に本質的な影響を及ぼすトロイダル効果は、円柱座標から擬トロイダル座標に交換するとき、磁場の ϕ 成分に補正因子 $(1 + r/R_0 \cos \theta)$ を掛けることによって含めた。

磁場モデルの正当性は、その中を運動している電子の軌道から評価した回転変換とセーとBiot-Savartの公式を用いた磁力線追跡コードから評価した回転変換とが良い一致を示すことにより確かめた。また、粒子追跡の精度は、モンテカルロ衝突を含めないときの通過(passing)粒子の軌道が閉じたドリフト面を形成することにより確かめた。

付録3. NBIとNPAの軸にそった v_{\parallel}/v の値

非軸対称系 ($\partial/\partial\phi \neq 0$) でNBIとNPAの軸にそった v_{\parallel}/v の値を評価するためには、まず、これらの装置の軸のピボット点がどの子午面 ($\phi = \text{const}$) 上にのっているか指定しなくてはならない。ここで論じている実験では、すべてのピボット点は、「対称な子午面」 ($\phi = \phi_{\text{sym}}$) とよぶ特別な子午面上にのっている。この子午面は、その上で磁場 B の成分が以下のような偶奇性をもつような面であると定義する。

$$\begin{aligned} B_R (R, Z, \phi_{\text{sym}}) &= -B_R (R, -Z, \phi_{\text{sym}}) \\ B_Z (R, Z, \phi_{\text{sym}}) &= +B_Z (R, -Z, \phi_{\text{sym}}) \\ B_\Phi (R, Z, \phi_{\text{sym}}) &= +B_\Phi (R, -Z, \phi_{\text{sym}}) \end{aligned} \quad (\text{A3.1})$$

ここで B_R, B_Z, B_Φ はシリンダー座標 (R, Z, ϕ) における磁場の成分を表す。トロイダルヘリオトロンには、この条件を満たす子午面が場の一周周期ごとに二つずつ存在する。実際的な理由によって、入射および診断用のポートは、通常、トーラスの外側の赤道面 ($Z=0$) 付近に据付けられる。このとき、入射装置および分析器のピボット点は、これら二つの子午面のうちの一つに選ぶのが自然である。その子午面は $\varrho=2$ のヘリカル巻線のちょうど中間に位置していて、アクセスにたいする最も大きな空間を与えるからである。もう一つの子午面は、ヘリカルコイルがアクセスに干渉するのでピボット点の位置として明らかに实际的でない。(古典的なステラレーターでは、入射および分析器用のポートの子午面上で磁場の成分は式(A3.1)を満たさない。)

一般に、粒子のピッチは磁力線にそった単位ベクトルと粒子の方向余弦との内積で定義できる。

$$\frac{v_{\parallel}}{v} = \pm \left\{ \frac{B_R}{B} \cos\Theta \cos\theta + \frac{B_Z}{B} \sin\theta + \frac{B_\Phi}{B} \sin\Theta \cos\theta \right\} \quad (\text{A3.2})$$

ここで、 Θ は入射装置と分析器の水平方向の振れの角を表し、 θ は垂直方向の傾き角を表す。括弧のそとの \pm の符号は、それぞれ、NBIのピボット点から遠ざかる方向およびNPAのピボット点へ近づく方向にたいして用いられている。

式(A3.2)から分析器によって見ることができるビッチ $v_{||}/v$ は、視線にそって

$$\frac{v_{||}}{v} = \pm \left\{ - (1 - d^2)^{1/2} \frac{B_R}{B} + d \frac{B_z}{B} \right\} \quad (\text{A3.3})$$

$$d = \frac{r_t}{r_{piv}} \equiv \sin(\theta_{NPA})$$

で与えられる。ここで $r_{piv} = R_{piv} - R_0$ であり、 r_t は小接線半径 (minor radius of tangency) を表す。小さな傾き角の極限 ($r_t / r_{piv} \ll 1$) において、式(A3.3)は第7章の式(7.1)に帰着する。BL-3 ($\Theta_{NB1} = 0$, $\theta_{NB1} \neq 0$) に対する $v_{||}/v$ は、式(A3.3)にNPAに対して適切な符号と反対の符号をつけたもので与えられる。BL-1とBL-2 ($\Theta_{NB1} \neq 0$, $\theta_{NB1} \neq 0$) は一般式(A3.2)によって与えられる。小さな傾き角の極限 ($\theta_{NB1} \rightarrow 0$) で、式(A3.2)は、

$$\frac{v_{||}}{v} = \frac{B R_t}{B_0 R_0} \left\{ 1 + \frac{B_R}{B_\Phi} \left(\frac{R^2}{R_t^2} - 1 \right) \right\} \quad (\text{A3.4})$$

に帰着する。ここで、 R_t は大接線半径 (major radius of tangency) である。式(A3.4)の第一項はトカマクにおける表式と同じである。非軸対称系では、第二項は、 B_R が赤道面で一般に軸上を除いて零でないので、無視できない。小軸上では、 $v_{||}/v$ は単に $\sin(\Theta_{NB1})$ によって与えられる。

謝 辞

本研究は、京都大学ヘリオトロン核融合研究センターで遂行されてきたヘリオトロン計画に参加することにより生まれました。研究の機会を与え、博士課程在籍中より変わらぬ態度で、筆者の仕事に対して理解を示し、筆者を励まし続けられたことに対して恩師、宇尾光治先生に深い感謝の意を表します。

本研究は、ヘリオトロンE実験と強い関わりをもちながら進展しました。飯吉厚夫教授と若谷誠宏教授には、筆者を暖かく支援された御厚意に対して、心からお礼を申し上げます。本研究の背景をなす中性粒子入射加熱については、大引得弘教授、佐野史道助教授との会話が、入射ビームの数値モデルを発展させる上で有意義でした。実験と本研究の理論との対応を調べる上で、中性粒子エネルギー分析器をもちいた高速イオンの計測についての中嶋洋輔博士・関子秀樹助手・岡田浩之助手の協力が欠かせないものでした。径電場の高速イオン損失に及ぼす影響の考察にさいして、ポロイダル回転の分光学的計測に携われた近藤克巳博士、関子秀樹博士との議論とデータの提供が役立ったことを記しておきます。ロスコーンの計算(図6.12)について大学院生、愛清武氏の助力をえました。中須賀正彦助手には、磁気面解析について討論して頂きました。また本論文の草稿に、若谷誠宏教授・森本茂行助教授・伊藤公孝助教授から、幾つかの建設的なコメントが寄せられました。筆者は、ヘリオトロンE計画から受けた知的刺激にたいして、理論・加熱・計測・技術グループ、そして本島修教授をはじめとする本体グループのすべてのスタッフに感謝を捧げます。

WVII-Aステラレーターで径電場が高速イオン閉じ込めに関して演じる役割の研究は、マックス・プランク・プラズマ物理研究所に滞在中に行いました。同研究所のWVII-AチームとNIIグループの研究者の方々、とりわけH.Wobig博士とF.P.Penningsfeld博士に共同研究の便宜を図られたことに対して感謝します。また本研究で開発したモンテカルロ・コードとのベンチマーク作業を通じて、オークリッジ国立研究所においてJ.A.Rome博士とR.H.Fowler博士と交わした多くの議論は貴重な経験になりました。

最後に、筆者に核融合の研究を志すことを勧められた立命館大学の中山寿夫教授、本研究の初期に筆者にコンピュータ・シミュレーションの技法の手ほどきをされた名古屋大学の天野恒雄教授、そして閉じ込め磁場の理論の深さを筆者に示された日本大学理工学部の浜田繁雄教授に、ここで改めて謝意を表したいと思います。

1. "Recent Developments in Heliotron Research", K.Uo et al., Proc. 8th Int. Conf. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Brussels, 1980, (IAEA, Vienna, 1981) Vol.1, p.217.
2. "Monte-Carlo Calculation of Perpendicular Neutral-Beam Injection in Helical Systems", K.Hanatani, M.Wakatani, K.Uo, Nucl. Fusion 21 (1981) 1067.
3. "Velocity Space Loss Region in Toroidal Helical Systems", M.Wakatani, S.Kodama, M.Nakasuga, K.Hanatani, Nucl. Fusion 21 (1981) 175.
4. "Recent Results on Heliotron E", K. Uo et al., Nucl. Instrum. and Methods Phys. Res. 207 (1983) 151.
5. "Ion and Electron Energy Balance Analysis Neutral-Beam-Heated Heliotron-E Plasmas", F.Sano, T.Obiki, K.Hanatani, H.Zushi et al., Proc. 11th Europ. Conf. Controlled. Fusion and Plasma Physics. (1983) Vol.2, p.331.
6. "A 3D Algorithm for Calculating Drift Orbit in Nonaxisymmetric toroidal Devices", K.Hanatani and K.Uo, Proc. of US-Japan Workshop on 3-D MHD Studies, ed. B.A.Carreras (Oak Ridge, Tennessee, May 1984) p.7.
7. "Neutral-Beam Injection Heating Experiment on Currentless Plasma in Heliotron E Device", K.Uo et al., Nucl. Fusion 24 (1984) 1551.
8. "Confinement of Helically Trapped Fast-Ion Orbit in a Neutral-Beam-Sustained Heliotron E Plasma", K.Hanatani, Y.Nakashima, H.Zushi, F.Sano, et al., Nucl. Fusion 25 (1985) 259.

9. "Confining Mechanism of Perpendicularly Injected Fast Ions in the WVII-A Stellarator with radial Electric Field", K.Hanatani, F.P.Penningsfeld, H.Wobig, Proc. Int. Stellarator/Heliotron Workshop, Kyoto, 1986, (IAEA, Technical Committee Meeting) Vol.II, p.444.
0. "Studies on Currentless Heliotron E Plasma", K.Uo et al., Proc. 11th Int. Conf. Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Kyoto, 1986, (IAEA, Vienna, 1987) Vol.2, p.355.
1. "Influence of Radial Electric Field on the Confinement of Fast Ions in a NBI heated Heliotron E Plasma", K.Hanatani, F.Sano, Y.Takeiri, K.Kondo, H.Zushi, et al., Proc. 14th Europ. Conf. Controlled Fusion and Plasma Physics Madrid, 1987, Vol.11 D Part I, p.396.

日本物理学会などにおける発表

- 1 「非軸対称および軸対称磁場における荷電粒子の拘束」
花谷 清 ほか (1975年 4月, 京都大学) 3a-c-5
『物理学会・第30回年会 予稿集』p.36.
- 2 「ヘリカル ヘリオトロンの磁場のセパトリクス領域の決定」
花谷 清, 宇尾光治 (1975年10月, 日本大学工学部) 10p-R-4
『物理学会・秋の分科会・予稿集』p.66.
- 3 「ヘリカル ヘリオトロンの磁場における捕捉粒子のふるまいのコンピュータ計算」花谷 清 ほか (1976年 4月, 名古屋大学) 6a-J-5
『物理学会 第31回年会 予稿集』p.84.
- 4 「直線ヘリオトロンのMHD平衡の数値解析」
花谷 清 ほか (1977年 4月, 山口大学) 5a-S-1.
『物理学会 春の分科会 予稿集』p.69.
- 5 「直線ヘリオトロンのMHD安定性の数値解析」
天野恒雄, 花谷 清 ほか (1977年 4月, 山口大学) 5a-S-2,
『物理学会 春の分科会 予稿集』p.69
- 6 「直線ヘリオトロンのMHD安定性の数値解析Ⅱ」
花谷 清 ほか (1977年10月, 東京理科大学) 9p-K-8,
『物理学会 第32回年会 予稿集』p.44.
- 7 「直線ヘリオトロンのMHD平衡と安定性の数値解析」
花谷 清 ほか (1978年10月, 静岡大学) 5p-CN-9 ,
『物理学会 秋の分科会 予稿集』p.130.
- 8 「直線ヘリオトロンの平衡解Ⅰ(プラズマが太い場合)」
浜田繁雄, 花谷 清 ほか (1979年 3月, 大阪大学) 31a-KG-1,
『物理学会 第34回年会 予稿集』p.68.

- 9 「直線ヘリオトロンの平衡解Ⅱ」
花谷 清 ほか (1979年 3月, 大阪大学) 31a-KG-2
『物理学会・第34回年会 予稿集』p.69.
- 10 「ヘリオトロンEにおけるNB I加熱の計算機シミュレーション」
花谷 清 ほか (1979年10月, 愛媛大学) 3a-G-6
『物理学会・秋の分科会 予稿集』p.121.
- 11 「ヘリオトロンEにおけるNB I加熱の計算機シミュレーションⅡ」
花谷 清 ほか (1980年10月, 福井大学) 1a-R-9
『物理学会 秋の分科会・予稿集』p.94.
- 12 「ヘリオトロン磁場における速度空間のロス・コーン」
児玉信一 ほか (1980年 3月, 早稲田大学理工学部) 30a-K-25
『物理学会・第35回年会・予稿集』p.172.
- 13 「NB I加熱のモンテ・カルロ・シミュレーション」
花谷 清 ほか (1982年 4月, 横浜国立大学) 1p-W-2
『物理学会 春の分科会・予稿集』p.141.
- 14 「磁気座標系におけるドリフト ハミルトニアンへのヘリカル配位への適用」
花谷 清 ほか (1982年 9月, 北海道大学) 30a-SB-2
『物理学会 第37回年会 予稿集』p.64.
- 15 「ヘリオトロンEにおける高速イオンのCharge-Exchange スペクトラム」
花谷 清 ほか (1983年10月, 岡山大学) 11p-DG-8
『物理学会 秋の分科会 予稿集』p.107.
- 16 「対称性の破れた閉じ込め磁場におけるドリフト軌道の高速計算法」
花谷 清, 宇尾光治 (1984年 4月, 九州大学) 2p-RB-1
『物理学会 第39回年会 予稿集』p.110.
- 17 「ヘリオトロンEにおける高速イオンのCharge-Exchange スペクトラムⅡ」
花谷 清 ほか (1984年10月, 富山大学) 4a-G-7
『物理学会 秋の分科会 予稿集』p.177.
- 18 「ヘリカル系における Resonant Superbanana 軌道」
花谷 清, (1986年 3月, 青山学院大学) 29a-BA-5
『物理学会 春の分科会 予稿集』p.137.

19. 「W7Aステラレーターにおける径方向電場による高速イオン閉じ込めの機構」
花谷 清, F.P.Penningsferd, H.Wobig (1987年 3月, 名古屋工業大学)
27-LI-7 『物理学会・第42回年会・予稿集』 p.126
20. 「ヘリオトロンEプラズマにおける径方向電場の高速イオン閉じ込めに及ぼす
影響」 花谷 清 ほか (1987年 9月, 京都大学) 28-ab-1
『核融合学会 予稿集』 p.167.
21. 「ヘリカル系におけるモンテ・カルロ・NBIコードのベンチマーク テスト」
花谷 清, R.H.Fowler, J.A.Kome, R.N.Morris (1988年 4月,
日本大学工学部) 3p-HI-6 『物理学会 第43回年会 予稿集』 p.206.

